



ISSN: 2664-7362

Донецкие чтения 2022:

образование, наука,
инновации, культура
и вызовы современности



МАТЕРИАЛЫ VII Международной
научной конференции,
посвящённой 85-летию
Донецкого национального университета

Том 1

Механико-математические,
компьютерные науки, управление



Уважаемые коллеги! Дорогие друзья!

Проводимая сегодня традиционная VII Международная научно-практическая конференция «Донецкие чтения-2022: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности» отличается от всех предыдущих. Это первая конференция, которая проводится Донецким национальным университетом в новых исторических условиях, когда Донецкая народная Республика стала частью Российской Федерации, воссоединившись со своей исторической Родиной.

Это свершившееся историческое событие, к которому были обращены все наши помыслы и мечты, вошло в нашу жизнь стремительно и основательно. Стало поворотным историческим итогом нашей общей борьбы за восстановление исторической справедливости и консолидации русских людей.

Произошедшие события оказали свое решающее влияние на укрепление сотрудничества ДонНУ с вузами Русского мира и нашими отечественными университетами из Российской Федерации, принявшей Республику после долгой разлуки в свой состав, придали взаимодействию новый импульс, наполнили его новым содержанием, что позитивно сказалось на научном, образовательном, информационном и методическом уровне конференции. Возрос интерес к традиционно проводимым Донецким чтениям, увеличилось число участников конференции, расширилась тематика научных исследований, более углубленным стал подход исследователей к изучению актуальных проблем в различных отраслях науки. Одновременно усилилось внимание к вопросам применения теоретических знаний в практическую деятельность. Сборник трудов конференции издан в 10 томах, включающим 15 книг. Свои доклады и научные статьи на конференцию, выполненные на основании фундаментальных и прикладных исследований в области наиболее важных проблем естественно-математических, технических и социально-гуманитарных наук, были направлены ДонНУ многими известными специалистами и молодыми учеными Российской Федерации, дальнего и ближнего зарубежья.

Все эти научные исследования представляют значительный научный интерес. Они проанализированы и систематизированы, вошли в публикуемый научный сборник конференции.

Отмечу, что проведение традиционной научной конференции одновременно первой в составе России будет способствовать решению новых задач, которые стоят перед фундаментальной и прикладной наукой Российской Федерации и академическим сообществом Донецкой Народной Республики.

**С наилучшими пожеланиями, ректор Донецкого национального университета, доктор физико-математических наук, профессор
Светлана Владимировна Беспалова**

Министерство образования и науки
Донецкой Народной Республики
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Донецкий национальный университет»
Русский Центр

**VII Международная
научная конференция,
посвящённая 85-летию
Донецкого национального университета**

Материалы
конференции

Том 1

**МЕХАНИКО-
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ,
КОМПЬЮТЕРНЫЕ
НАУКИ,
УПРАВЛЕНИЕ**

**Донецкие чтения
2022:
образование, наука,
инновации, культура
и вызовы
современности**

г. Донецк
27–28 октября 2022 г.

Донецк
Издательство ДонНУ
2022

ББК В1я431+В2я431+397я431
УДК 51+53+004(043.2)
Д672

Редакционная коллегия:

С.В. Беспалова (гл. ред.), В.И. Сторожев (зам. гл. ред.),
М.В. Фоменко (отв. секр.), В.А. Дубровина, И.А. Моисеенко,
Н.Н. Щепин (отв. секр. секции), А.В. Мазнев, Вит.В. Волчков,
А.С. Гольцев, Н.Ш. Пономаренко, Д.В. Шевцов

Д672 Донецкие чтения 2022: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: Материалы VII Международной научной конференции, посвящённой 85-летию Донецкого национального университета (Донецк, 27–28 октября 2022 г.). – *Том 1: Механико-математические, компьютерные науки, управление* / под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2022. – 190 с.

Ответственность за содержание материалов, аутентичность цитат, правильность фактов и ссылок несут авторы.

В первый том материалов VII Международной научной конференции «Донецкие чтения 2022: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности» вошли исследования по актуальным проблемам физико-математических и технических наук. Рассматриваются вопросы механики твёрдого тела и деформируемого твёрдого тела, математического анализа и дифференциальных уравнений, прикладной математики и информатики, теории систем управления и информационно-документационного обеспечения управления.

Освещённые в сборнике проблемы и направления их решения будут полезны научным работникам, преподавателям, студентам, аспирантам и докторантам, проводящим исследования в области и механико-математических и технических наук.

ББК В1я431+В2я431+397я431
УДК 51+53+004(043.2)

© Коллектив авторов, 2022

© Донецкий национальный университет, 2022

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

Председатель:

Беспалова С.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, ректор Донецкого национального университета (г. Донецк).

Заместитель председателя:

Бабурин С.Н., д-р юрид. наук, профессор, главный научный сотрудник Института государства и права РАН, Президент Международной славянской академии наук, образования, искусств и культуры, Президент Ассоциации юридических вузов (г. Москва).

Члены программного комитета:

Аваков С.Ю., д-р экон. наук, профессор, ректор Таганрогского института управления и экономики (г. Таганрог).

Андреев Д.А., д-р ист. наук, доцент, заместитель декана по научной работе исторического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

Аноприенко А.Я., канд. техн. наук, профессор, ректор Донецкого национального технического университета (г. Донецк).

Болнокин В.Е., д-р техн. наук, профессор, гл. науч. сотр., руководитель Центра подготовки научных кадров ФГБУН «Институт машиноведения им. А.А. Благонравова» (г. Москва).

Вартанова Е.Л., д-р филол. наук, академик РАО, декан факультета журналистики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

Воронова О.Е., д-р филол. наук, профессор, профессор кафедры журналистики, руководитель Есенинского научного центра Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина, член Общественной палаты Российской Федерации, член Союза писателей и Союза журналистов России (г. Рязань).

Евстигнеев М.П., д-р физ.-мат. наук, профессор, проректор по научной и инновационной деятельности Севастопольского государственного университета (г. Севастополь).

Зайченко Н.М., д-р техн. наук, профессор, ректор Донбасской национальной академии строительства и архитектуры (г. Макеевка).

Зинченко Ю.П., д-р психол. наук, профессор, академик РАО, декан факультета психологии Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

Кирпичников М.П., д-р биол. наук, профессор, академик РАН, декан биологического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

Кишкань Р.В., председатель Государственного комитета по экологической политике и природным ресурсам при Главе Донецкой Народной Республики (г. Донецк).

Кожухов И.Б., д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры высшей математики НИУ «Московский институт электронной техники» (г. Москва).

Лингарт А.А., д-р филол. наук, профессор, декан филологического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

Лубков А.В., д-р ист. наук, профессор, академик РАО, ректор Московского педагогического государственного университета (г. Москва).

Некипелов А.Д., д-р экон. наук, профессор, академик РАН, директор Московской школы экономики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

Нечаев В.Д., д-р полит. наук, доцент, ректор Севастопольского государственного университета (г. Севастополь).

Осмоловский А.А., канд. биол. наук, доцент, заместитель декана по академической политике и развитию интернационализации биологического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

Полищук В.С., д-р техн. наук, директор ГУ «Научно-исследовательский институт «Реактивэлектрон» (г. Донецк).

Половян А.В., д-р экон. наук, доцент, Министр экономического развития Донецкой Народной Республики, и.о. зав. кафедрой менеджмента Донецкого национального университета (г. Донецк).

Приходько С.А., канд. биол. наук, ст. науч. сотр., директор ГУ «Донецкий ботанический сад» (г. Донецк).

Разумова Т.О., д-р экон. наук, профессор, зав. кафедрой экономики труда и персонала Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

Решидова И.Ю., канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., директор ГУ «Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина» (г. Донецк).

Рябичев В.Д., д-р техн. наук, профессор, ректор Луганского государственного университета имени Владимира Даля (г. Луганск).

Савоськин М.В., канд. хим. наук, ст. науч. сотр., директор ГУ «Институт физико-органической химии и углехимии им. Л.М. Литвиненко» (г. Донецк).

Соболев В.И., д-р биол. наук, профессор кафедры здоровья и реабилитации Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского (г. Ялта).

Сторожев В.И., д-р техн. наук, профессор, проректор Донецкого национального университета (г. Донецк).

Судаков С.Н., д-р физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., и.о. директора ГУ «Институт прикладной математики и механики» (г. Донецк).

Тедеев В.Б., канд. техн. наук, профессор, ректор Юго-Осетинского государственного университета имени А.А. Тибилова (г. Цхинвал).

Третьяков В.Т., профессор, декан Высшей школы телевидения Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (г. Москва).

Туралина Н.А., д-р филол. наук, профессор, зав. кафедрой библиотечно-информационной деятельности Белгородского государственного института искусств и культуры (г. Белгород).

Шемякина Н.В., канд. экон. наук, доцент, директор ГБУ «Институт экономических исследований» (г. Донецк).

Механика твердого тела

УДК 531.38; 531.39

ОДИН КЛАСС РЕЗОНАНСНЫХ ПРЕЦЕССИОННЫХ ДВИЖЕНИЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТРЕХ ОДНОРОДНЫХ СИЛОВЫХ ПОЛЕЙ

Горр Г.В., д-р физ.-мат. наук, проф.

ГУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
gvgorr@gmail.com

Введение. Рассмотрена задача о движении твердого тела с неподвижной точкой в силовом поле, которое является суперпозицией трех однородных силовых полей. Показано, что тело имеет динамическую симметрию относительно оси, образующей постоянный угол с неподвижным в пространстве вектором. Решение уравнений движения тела описывается эллиптическими функциями времени.

1. Постановка задачи. Прецессионные движения имеют широкие приложения (например, в теории гироскопических систем) и представляют большой интерес для теоретических исследований, так как они дают возможность моделирования движений под действием различных классов сил. В динамике тяжелого твердого тела существуют многочисленные классы прецессий [1, 2].

В задаче о движении твердого тела в силовом поле, которое является суперпозицией трех однородных силовых полей, известны результаты, относящиеся только к регулярным прецессиям [3, 4]. В докладе изучается класс прецессий общего вида при дополнительном предположении о том, что скорость прецессии тела в два раза больше скорости его собственного вращения (этот случай может быть отнесен к резонансным прецессиям тела). Из трех направлений, которые характеризуют результирующие силы однородных полей, выделено приоритетное направление с единичным вектором γ . Поскольку движение тела является прецессией, то постоянен угол между вектором γ и вектором \mathbf{a} , неизменно связанным с телом.

Обозначим через $\gamma, \gamma^{(1)}, \gamma^{(2)}$ единичные векторы, характеризующие направления сил $\mathbf{P}, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ каждого из полей; C, C_1, C_2 – центры приведения сил; $\mathbf{s} = P \mathbf{OC}$, $\mathbf{r} = P_1 \mathbf{OC}_1$, $\mathbf{p} = P_2 \mathbf{OC}_2$; $Oxyz$ – подвижная система координат, O – неподвижная точка. Пусть тензор инерции тела в системе координат $Oxyz$ представляется матрицей $A = (A_{ij})$ ($i, j = \overline{1,3}$). Тело

вращается вокруг точки O с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega} = \omega_1 \mathbf{i}_1 + \omega_2 \mathbf{i}_2 + \omega_3 \mathbf{i}_3$ ($\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ – единичные векторы системы координат $Oxyz$). Тогда уравнения движения твердого тела представляются в виде

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} = A\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{s} \times \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{r} \times \boldsymbol{\gamma}^{(1)} + \mathbf{p} \times \boldsymbol{\gamma}^{(2)}, \quad (1)$$

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\omega}, \quad \dot{\boldsymbol{\gamma}}^{(1)} = \boldsymbol{\gamma}^{(1)} \times \boldsymbol{\omega}, \quad \dot{\boldsymbol{\gamma}}^{(2)} = \boldsymbol{\gamma}^{(2)} \times \boldsymbol{\omega}, \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\gamma}^{(1)} = 0, \quad \boldsymbol{\gamma}^{(2)} = \boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\gamma}^{(1)}, \quad |\boldsymbol{\gamma}| = 1, \quad |\boldsymbol{\gamma}^{(1)}| = 1. \quad (3)$$

Прецессии тела описываются инвариантными соотношениями [1, 2]

$$\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma} = a_0 \quad (a_0 = \cos \theta_0), \quad \boldsymbol{\omega} = \dot{\phi} \mathbf{a} + \dot{\psi} \boldsymbol{\gamma}. \quad (4)$$

Векторы $\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\gamma}^{(1)}, \boldsymbol{\gamma}^{(2)}$ выражаются по формулам

$$\boldsymbol{\gamma} = a'_0 \sin \phi \cdot \mathbf{i}_1 + a'_0 \cos \phi \cdot \mathbf{i}_2 + a_0 \mathbf{i}_3, \quad (\mathbf{i}_3 = \mathbf{a}), \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\gamma}^{(1)} = b_0 [a_0 \boldsymbol{\gamma} \sin(\psi + \psi_0) - \mathbf{a} \sin(\psi + \psi_0) + (\mathbf{a} \times \boldsymbol{\gamma}) \cos(\psi + \psi_0)], \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\gamma}^{(2)} = b_0 [\mathbf{a} \cos(\psi + \psi_0) - a_0 \boldsymbol{\gamma} \cos(\psi + \psi_0) + (\mathbf{a} \times \boldsymbol{\gamma}) \sin(\psi + \psi_0)], \quad (7)$$

где $b_0 = 1/a'_0$ ($a'_0 = \sin \theta_0$), ψ_0 – постоянная.

2. Решение задачи. На основании формул (4)-(7) векторное уравнение (1) можно представить в виде трех уравнений

$$\begin{aligned} & \ddot{\phi}(A\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}) + \ddot{\psi}(A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma}) - \dot{\psi}^2 [\mathbf{a} \cdot (A\boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\gamma})] + \tilde{f}_0(\phi) - \\ & - b_0 f_3(\phi) \sin(\psi + \psi_0) + f_4(\phi) \cos(\psi + \psi_0) = 0, \\ & \ddot{\phi}(A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma}) + \ddot{\psi}(A\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\gamma}) + 2\dot{\phi}\dot{\psi} [\mathbf{a} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \times A\boldsymbol{\gamma})] - \dot{\phi}^2 [\mathbf{a} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \times A\mathbf{a})] - \\ & - b_0 [f_1(\phi) \cos(\psi + \psi_0) - f_2(\phi) \sin(\psi + \psi_0)] = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{\phi} [\mathbf{a} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \times A\mathbf{a})] + \ddot{\psi} [\mathbf{a} \cdot (A\boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\gamma})] + \\ & + \dot{\phi}\dot{\psi} [2(A\boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\gamma}) - a_0'^2 \text{Sp}(A) - 2a_0(A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma})] + \dot{\phi}^2 [(A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma}) - a_0(A\mathbf{a} \cdot \mathbf{a})] + \\ & + \dot{\psi}^2 [a_0(A\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\gamma}) - (A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma})] + f_5(\phi) + f_6(\phi) \sin(\psi + \psi_0) + \\ & + f_7(\phi) \cos(\psi + \psi_0) = 0, \end{aligned}$$

где функции $f_0(\phi), \tilde{f}_0(\phi), f_i(\phi), (i = \overline{1, 7})$ таковы

$$f_0(\phi) = a'_0 (s_1 \sin \phi + s_2 \cos \phi) + a_0 s_3, \quad \tilde{f}_0(\phi) = a'_0 (s_2 \sin \phi - s_1 \cos \phi),$$

$$f_1(\phi) = a'_0 [(a_0 r_1 + p_2) \sin \phi + (a_0 r_2 - p_1) \cos \phi - a'_0 r_3],$$

$$f_2(\phi) = a'_0 [(r_2 - a_0 p_1) \sin \phi - (a_0 p_2 + r_1) \cos \phi + a'_0 p_3],$$

$$f_3(\phi) = a'_0 [(p_1 - a_0 r_2) \sin \phi + (p_2 + a_0 r_1) \cos \phi],$$

$$f_4(\phi) = a'_0 [(r_1 + a_0 p_2) \sin \phi + (r_2 - a_0 p_1) \cos \phi],$$

$$f_5(\phi) = a'_0 [a_0 (s_1 \sin \phi + s_2 \cos \phi) - a'_0 s_3],$$

$$f_6(\phi) = -a'_0 [a'_0 (r_1 \sin \phi + r_2 \cos \phi) + a_0 r_3],$$

$$f_7(\varphi) = a'_0 [a'_0 (p_1 \sin \varphi + p_2 \cos \varphi) + a_0 p_3].$$

Решения уравнений (8) изучаются в случае, когда $\psi = 2\varphi$. Доказано, что этот резонансный вариант скоростей прецессии и собственного вращения имеет место только для динамически симметричного твердого тела: $A_{ij} = 0$ ($i \neq j$), $A_{22} = A_{11}$. Векторы \mathbf{p} и \mathbf{r} должны быть ортогональными, так как $\mathbf{r} = (r_1, r_2, 0)$, $\mathbf{p} = (r_2, -r_1, 0)$ и отличны от нуля компоненты вектора \mathbf{s} :

$$s_1 = \frac{(1 - a_0)R_0(r_1 \sin \psi_0 - r_2 \cos \psi_0)}{a'_0 Q_0},$$

$$s_2 = \frac{(1 - a_0)R_0(r_1 \cos \psi_0 + r_2 \sin \psi_0)}{a'_0 Q_0}.$$

Поскольку функция $\varphi(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\dot{\Phi}^2 = \frac{2}{L_0} (S_1 \sin \varphi + S_2 \cos \varphi + S_0),$$

она является эллиптической функцией Якоби. В этих формулах R_0 , Q_0 , L_0 – параметры, зависящие от параметров уравнений (8). Запишем уравнение для $a_0 = \cos \theta_0$ (то есть для угла θ_0):

$$6 a_0^2 (A_{33} - A_{11}) + a_0 (5A_{11} - A_{33}) + (A_{11} - 2A_{33}) = 0.$$

Если $A_{33} = A_{11}$ (эллипсоид инерции является сферой), то отсюда следует, что $\theta_0 = \arccos 1/4$. В общем случае параметр a_0 в этом уравнении удовлетворяет условию $-1/6 < a_0 < 1/2$.

Заключение. Исследованы условия существования прецессионных движений, для которых скорость прецессии тела в два раза больше скорости его собственного вращения. Показано, что тело имеет динамическую симметрию относительно оси, образующей постоянный угол с неподвижным в пространстве вектором. В случае сферического распределения масс тела этот угол равен $\arccos 1/4$. Решение уравнений движения тела описывается эллиптическими функциями времени.

Список литературы

1. Горр, Г. В. Прецессионные движения в динамике твердого тела и в динамике систем связанных твердых тел / Г. В. Горр, А. В. Мазнев, Е. К. Щетинина. – Донецк : ДонНУ, 2009. – 222 с.
2. Горр, Г. В. Динамика гиростата, имеющего неподвижную точку / Г. В. Горр, А. В. Мазнев. – Донецк : ДонНУ, 2010. – 364 с.
3. Yehia, H. M. Regular precession of a rigid body (gyrostat) acted upon by an irreducible combination of three classical fields / H. M. Yehia // J. Egypt. Math. Soc. 2017. – Vol. 25. – Iss. 2. – P. 216-219.
4. Hessein, A. M. Precessional motion of a rigid body acted upon by three irreducible fields / A. M. Hessein // Russian J. Nonlin. Dyn. – 2019. – Vol. 15. – Iss. 3. – P. 285-292.

НОВОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ГИРОСТАТА С ПЕРЕМЕННЫМ ГИРОСТАТИЧЕСКИМ МОМЕНТОМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ И ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИЛ

Данилюк Д.А., канд. физ.-мат. наук,

Ткаченко Д.Н., канд. физ.-мат. наук

ГБУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ

daniljuk@iamm.su, dntkachenko@mail.ru

Введение. В последнее время в динамике твердого тела интенсивно изучается задача о движении гиростата с переменным гиростатическим моментом в полях сложной структуры. Например, в монографии Г.В. Горра, А.В. Мазнева, Г.А. Котова [1] приведена не только обширная библиография, посвященная постановке проблемы по данной теме, но и изучены прецессионные движения относительно вертикали гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил. Наиболее общая постановка задачи о движении гиростата предложена Й. Виттенбургом, В.В. Румянцевым и П.В. Харламовым. Основное внимание при изучении движения гиростата с переменным гиростатическим моментом уделяется исследованию решений уравнений класса Кирхгофа–Пуассона при наличии у них трех инвариантных соотношений (ИС), введенных Г.В.Горром [2].

При этом решение в исходных уравнениях удается получить только в случае линейных инвариантных соотношениях при принятии различных предположений относительно свойства расположения момента количества движения в главной системе координат гиростата. Данный доклад посвящен дальнейшему изучению решений уравнений класса Кирхгофа–Пуассона, которые характеризуются линейными инвариантными соотношениями по основным переменным задачи. Отличие постановки задачи, принятой в данного доклада, состоит в том, что здесь предполагается другое свойство гиростатического момента: полагается, что гиростатический момент принадлежит главной оси эллипсоида инерции, относительно которой компонента гиростатического момента является линейной комбинацией двух тригонометрических функций времени. Данное свойство позволило установить новое решение уравнений класса Кирхгофа–Пуассона, условия существования которого имеют существенные отличия от условий, полученных в других постановках.

Постановка задачи. Рассмотрим гиростат, как систему связанных твердых тел S_0, S_1 . Полагаем, что тело-носитель S_0 , имеющее неподвижную точку O , намагничено и несет положительные и отрицательные электрические заряды. Обозначим через $Oxuz$ главную

систему координат S_0 с единичными векторами $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$. Пусть ротор S_1 направлен по оси Ox и не намагничен и не содержит зарядов. Гиростат вращается в магнитном поле и на него действуют ньютоновские, кулоновские силы и силы Лоренца; токи Фуко в процессе движения гиростата не возникают. Введем следующие обозначения: $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ – единичный вектор оси симметрии силовых полей, на которой расположены центры ньютоновского и кулоновского притяжения; $A = \text{diag}(A_1, A_2, A_3)$ – тензор инерции гиростата; $B = \text{diag}(B_1, B_2, B_3)$ – матрица, характеризующая гироскопические силы; $C = \text{diag}(C_1, C_2, C_3)$ – матрица, характеризующая потенциальные силы, которые являются квадратичными по $v_i (i = \overline{1,3})$ функциями; $s = (s_1, s_2, s_3)$ – вектор обобщенного центра масс гиростата; $\lambda = (\lambda_1(t), 0, 0)$ – гиростатический момент; $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ – вектор угловой скорости тела S_0 . Тогда уравнения движения гиростата запишем в виде

$$\begin{aligned} A_1 \dot{\omega}_1 + \dot{\lambda}_1(t) &= (A_2 - A_3)\omega_2\omega_3 + \omega_2 B_3 v_3 - \omega_3 B_2 v_2 + s_2 v_3 - s_3 v_2 + (C_3 - C_2)v_2 v_3, \\ A_2 \dot{\omega}_2 &= (A_3 - A_1)\omega_3\omega_1 - \lambda_1(t)\omega_3 + \omega_3 B_1 v_1 - \omega_1 B_3 v_3 + s_3 v_1 - s_1 v_3 + (C_1 - C_3)v_3 v_1, \\ A_3 \dot{\omega}_3 &= (A_1 - A_2)\omega_1\omega_2 + \lambda_1(t)\omega_2 + \omega_1 B_2 v_2 - \omega_2 B_1 v_1 + s_1 v_2 - s_2 v_1 + (C_2 - C_1)v_1 v_2, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{v}_1 = \omega_3 v_2 - \omega_2 v_3, \quad \dot{v}_2 = \omega_1 v_3 - \omega_3 v_1, \quad \dot{v}_3 = \omega_2 v_1 - \omega_1 v_2. \quad (2)$$

$$\dot{\lambda}_1(t) = L_1(t), \quad (3)$$

где

$$\lambda_1(t) = D_1(\omega_1 + \dot{\kappa}(t)), \quad (4)$$

D_1 – момент инерции ротора S_1 относительно оси вращения Ox , $\dot{\kappa}(t)$ – угловая скорость S_1 . В формулах (1)-(4) точкой над переменными $\omega_i(t), \lambda_1(t), \kappa(t)$ обозначена производная по времени t .

Уравнения (1), (2) имеют два первых интеграла

$$v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = 1, (A_1 \omega_1 + \lambda_1(t)) \cdot v_1 + A_2 \omega_2 v_2 + A_3 \omega_3 v_3 - \frac{1}{2}(B_1 v_1^2 + B_2 v_2^2 + B_3 v_3^2) = k \quad (5)$$

где k – произвольная постоянная. Как показано П.В.Харламовым, уравнения (3), (4) можно рассматривать после нахождения функции $\lambda_1(t)$ на основании двух подходов: в первом подходе задается $L_1(t)$, а $\dot{\kappa}(t)$ определяется из (4), во втором – задается $\dot{\kappa}(t)$, а $L_1(t)$ находится из уравнения (3).

Рассмотрим ИС $\boldsymbol{\omega} = \varepsilon_0 \mathbf{v} + g_0 \boldsymbol{\beta}$, $\varepsilon_0, g_0, \beta_i (\overline{1,3})$ – постоянные параметры ($\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$). Из уравнений (2) на приведенные ИС следуют первое равенство из системы (5) и интеграл $\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{v} = c_0$, где c_0 – постоянная, то есть движение гиростата является прецессией относительно вектора \mathbf{v} . Общее решение уравнений таково:

$$v_1(\psi) = h_0 + h_1 \cos \psi + h_2 \sin \psi, v_2(\psi) = r_0 + r_1 \cos \psi + r_2 \sin \psi, v_3(\psi) = a_0 + a_2 \sin \psi,$$

где

$$h_0 = \frac{c_0 \beta_1}{\beta_0^2}, h_1 = \frac{\gamma_0 \beta_2}{\kappa_0^2}, h_2 = -\frac{\gamma_0 \beta_1 \beta_3}{\kappa_0^2 \beta_0}, \quad r_0 = \frac{c_0 \beta_2}{\beta_0^2}, r_1 = -\frac{\gamma_0 \beta_1}{\kappa_0^2}, r_2 = -\frac{\gamma_0 \beta_2 \beta_3}{\kappa_0^2 \beta_0},$$

$$\gamma_0 = \frac{\kappa_0 \mu_0}{\beta_0}, \quad \mu_0 = \sqrt{\beta_0^2 - c_0^2}, \beta_0^2 = \beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2, \kappa_0^2 = \beta_1^2 + \beta_2^2,$$

а переменная ψ линейно зависит от t : $\psi(t) = \beta_0 g_0 t$.

Цель данного доклада - интегрирование системы (1)-(4) на эти ИС.

Заключение. В докладе изучены условия существования трех линейных ИС уравнений движения гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил. Из уравнений Пуассона получено дополнительное линейное ИС на компоненты единичного вектора оси симметрии силовых полей, которое характеризует прецессию гиростата относительно данного вектора. Показано, что в случае, когда постоянная в условии прецессионности отлична от нуля, то гиростатический момент зависит только от одной тригонометрической функции. Если данная постоянная равна нулю, то гиростатический момент является линейной комбинацией синуса и косинуса переменной $\psi(t) = \beta_0 g_0 t$, где β_0, g_0 – параметры. Найденное решение существует при дополнительных предположениях: $A = \text{diag}(A_1, A_2, A_2)$, $B = \text{diag}(B_1, B_2, B_2)$, $C = \text{diag}(C_1, C_2, C_2)$. В качестве перспективных исследований по данной проблеме может рассматриваться задача, для которой введены гироскопы S_2 и S_3 с постоянным гиростатическим моментом.

Список литературы

1. Горр Г. В., Мазнев А. В., Котов Г. А. Движение гиростата с переменным гиростатическим моментом. – Донецк: ГУ ИПММ, 2018. – 258 с.
2. Горр Г. В. О трех инвариантных соотношениях уравнений движения тела в потенциальном поле сил // Прикл. матем. и механика. – 2019. – Т. 83, № 2. – С. 202–214.

НОВЫЕ СЛУЧАИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ КИРХГОФА–ПУАССОНА НА АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ИНВАРИАНТНЫХ СООТНОШЕНИЯХ

Зыза А.В. д-р физ.-мат. наук, доц.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
z9125494@mail.ru

Введение. Одним из обобщений классической задачи о движении тяжелого твердого тела с одной неподвижной точкой, описываемой уравнениями Эйлера-Пуассона, является задача о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил [1]. Уравнения движения этой задачи относятся к уравнениям класса Кирхгофа, а ее математической моделью является система шести дифференциальных уравнений с двадцатью параметрами. Известно, что при произвольных значениях параметров задачи уравнения динамики твердого тела и гиростата не интегрируемы в квадратурах [2]. Поэтому изучение свойств движения гиростата с неподвижной точкой может быть основано, например, на построении частных решений различных классов, в том числе и полиномиальной структуры [3].

Важность построения таких решений для уравнений Кирхгофа-Пуассона задачи о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил связана с тем, что появилась перспектива исследования окрестности частных решений. При применении теории возмущений обыкновенных дифференциальных уравнений и первого метода Ляпунова можно установить глобальные свойства интегральных многообразий уравнений динамики такого гиростата.

Цель исследования – изучение условий существования решений обобщенного полиномиального класса Докшевича и построения этих решений в замкнутом виде. Для этого использовались: метод инвариантных соотношений и полубратный метод.

Основная часть. Уравнения движения гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил в векторном виде таковы [1]:

$$A\dot{\omega} = (A\omega + \lambda) \times \omega + \omega \times Bv + v \times (Cv - s), \quad \dot{v} = v \times \omega. \quad (1)$$

Уравнения (1), как и уравнения Эйлера-Пуассона, допускают три первых интеграла

$$\begin{aligned} v \cdot v = 1, \quad (A\omega + \lambda) \cdot v - \frac{1}{2}(Bv \cdot v) = \kappa_0, \\ (A\omega \cdot \omega) - 2(s \cdot v) + (Cv \cdot v) = 2E_0. \end{aligned} \quad (2)$$

В (1), (2) обозначено: $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ – угловая скорость гиростата; $\nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ – орт оси симметрии силовых полей; $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, 0)$ – гиростатический момент; $s = (s_1, s_2, 0)$ – вектор обобщенного центра масс; $A = \text{diag}(A_1, A_2, A_3)$ – тензор инерции гиростата в неподвижной точке; $B = \text{diag}(B_1, B_2, B_3)$ – матрица, характеризующая гироскопические силы, обусловленные силой Лоренца; $C = \text{diag}(C_1, C_2, C_3)$ – матрица, характеризующая потенциальные силы (центральное ньютоновское поле сил и кулоновская сила); κ_0 и E_0 – постоянные интегралов; точка над переменными обозначает относительную производную.

В докладе рассматривается задача об исследовании условий существования у уравнений (1) решений обобщенного полиномиального класса Докшевича следующей структуры:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= p, & \omega_2 &= Q(p) = \sum_{i=0}^n b_i p^i, & \omega_3^2 &= R(p) = \sum_{j=0}^m c_j p^j, \\ \nu_1 &= \varphi(p) = \sum_{k=0}^l a_k p^k, & \nu_2 &= \psi(p) = \sum_{i=0}^{n_1} g_i p^i, & \nu_3 &= \frac{\varkappa(p)}{p} \omega_3, \\ & & & & \varkappa(p) &= \sum_{j=0}^{m_1} f_j p^j. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь n, m, l, n_1, m_1 – целые неотрицательные числа, b_i, c_j, a_k, g_i, f_j – подлежащие определению параметры.

Если для свободного члена алгебраического многочлена $\varkappa(p)$ из (3) имеет место условие $f_0 = 0$, то указанным классом решений в задаче о движении тяжелого гиростата описывается решение А.И. Докшевича [4].

Получены условия существования у уравнений (1) решений вида (3). Построенные новые частные решения обобщенного полиномиального класса Докшевича (3) характеризуются следующими свойствами:

1. $n = 3, m = 6, l = 3, n_1 = 3, m_1 = 1$;
2. $n = 2, m = 4, l = 2, n_1 = 2, m_1 = 1$;
3. $n = 2, m = 4, l = 1, n_1 = 2, m_1 = 1$.

Указанные новые решения описываются элементарными функциями времени и функциями, полученными обращением эллиптических интегралов Лежандра третьего рода.

Приведем числовой пример одного действительного решения, указанного в докладе:

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{1}{4}a, \quad A_2 = A_3 = a, \quad C_2 = C_3, \quad C_1 - C_3 = -\frac{3b^2}{4a}, \\
B_1 &= -\frac{11}{4}b, \quad B_2 = B_3 = b, \quad (a > 0, b < 0), \\
s &= \left(-\frac{(3+2\delta)}{160a}b^2, 0, 0 \right), \quad \lambda = \left(-\frac{13\delta}{80}b, \frac{3}{16}b, 0 \right); \\
\omega_1 = p = p(t) &= \frac{31b^2 e^{u(t)}}{8(2b^2 e^{2u(t)} + 5abe^{u(t)} + 100a^2)}, \\
u(t) &= -\frac{3\sqrt{31}b(t-t_0)}{160a}, \\
\omega_2 &= \frac{5a}{b}p^2 + \frac{1}{8}p, \quad \omega_3 = p\sqrt{R^*(p)}, \\
R^*(p) &= -\frac{25a^2}{b^2}p^2 - \frac{5a}{4b}p + \frac{31}{64}, \\
v_1 &= \frac{a}{b}p + \frac{1}{40} + \frac{\delta}{60}, \quad v_2 = -\frac{10a^2}{b^2}p^2 + \frac{(2\delta-3)a}{6b}p + \frac{23}{160} + \frac{\delta}{120}, \\
v_3 &= \left(-\frac{2a}{b}p - \frac{1}{20} + \frac{\delta}{15} \right) \sqrt{R^*(p)}, \quad \delta = \sqrt{391}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Решение (4) содержит два положительных свободных параметра a , b и описывается элементарными функциями времени.

Заключение. Построенные в докладе новые частные решения полиномиальной структуры уравнений Кирхгофа-Пуассона не имеет аналогов в классической задаче динамики твердого тела с неподвижной точкой и в задаче о движении тяжелого гиростата, то есть они не являются тривиальным обобщением решения А.И. Докшевича.

Список литературы

1. Горр, Г. В. Динамика гиростата, имеющего неподвижную точку / Г. В. Горр, А. В. Мазнев. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2010. – 364 с.
2. Борисов, А. В. Динамика твердого тела / А. В. Борисов, И. С. Намаев. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 384 с.
3. Зыза, А. В. Компьютерное исследование полиномиальных решений уравнений динамики гиростата / А. В. Зыза // Компьютерное исследование и моделирование. – 2018. – Т. 10, № 1. – С. 7–25.
4. Горр, Г. В. Движение гиростата / Г. В. Горр, А. М. Ковалев. – Киев : Наукова думка, 2013. – 408 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ РАСЧЕТЕ ДВИЖЕНИЯ ОРБИТАЛЬНОГО АППАРАТА ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАДИАЛЬНОЙ СИЛЫ

Исмагилов Р.Г., канд. физ.-мат. наук, доц.,

Левин К.Л., канд. хим. наук, доц.,

Жуков В.А., доц., *Рябокоть Д.В.*

ФГКВООУ ВО «Военная орденов Жукова и Ленина Краснознаменная академия связи
имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного», г. Санкт-Петербург, РФ
levinkl@hotmail.com, ravismagilov@yandex.ru

Введение. Исследование движения орбитального летательного аппарата (ЛА) под действием малой радиальной силы представляет интерес с точки зрения внесения в траекторию отклонения для избегания встречи с космическим мусором [1]. Распространенным методом уклонения от космического мусора является повышение орбиты с помощью аксиальных сил [2]. Использование радиальных сил требует сопоставимые и меньшие затраты энергии и допускает несложную обратную коррекцию (возвращении ЛА на первоначальную орбиту). Данный метод является альтернативным способом, по сравнению с коаксиальными силами, выбора орбиты уклонения.

В некоторых случаях уравнения движения ЛА можно решить точно, например, в случае задачи Кеплера, рассмотренной в. Но общепринятым методом вычисления траекторий космических ЛА является применение численных методов [3]. В случае радиальной (центральной) силы может быть введена потенциальная энергия, и для анализа движения и вывода уравнений движения может быть использован метод Лагранжа [4, 5].

Основная часть. Рассмотрим задачу об изменении круговой орбиты в гравитационном поле в результате включения двигателя, создающего радиальную силу тяги F_r . Результирующее потенциальное поле имеет вид:

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r} - F_r(r - r_0), \quad (1)$$

где $\alpha = mMG$, r_0 – радиус невозмущенной (круговой) орбиты. Второе слагаемое в (1) происходит от радиальной силы (двигатель), его рассматриваем как малое возмущение, таким образом удовлетворяя условию

$$\left| \frac{\alpha}{r} \right| \gg |F_r(r - r_0)| \quad (2)$$

Система характеризуется двумя сохраняющимися величинами, одной из которых является приведенная полная энергия E :

$$E = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{L^2}{2mr^2} + U(r), \quad (3)$$

а вторая – вектор момента импульса \mathbf{L} , перпендикулярный плоскости орбиты. Из (3):

$$\dot{r} = \pm \sqrt{\frac{2}{m} \left(E - U(r) - \frac{L^2}{2mr^2} \right)} \quad (4)$$

Таким образом, задача сводится к описанию одномерного движения в эффективном поле U_e :

$$U_e(r) = U(r) + \frac{L^2}{2mr^2} = -\frac{\alpha}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} - F_r(r - r_0) \quad (5)$$

Проведя несложные преобразования и введя параметр γ , имеющий смысл безразмерной силы $F_r = \frac{\alpha\gamma}{r_0^2}$, и переменную y , являющуюся безразмерным радиусом $y=r/r_0$, можно записать эффективную потенциальную энергию в следующем виде:

$$U_e = \frac{\alpha}{r_0} \left(-\frac{1}{y} + \frac{1}{2y^2} - \gamma(y - 1) \right) = \frac{\alpha}{r_0} U(y, \gamma) \quad (6)$$

Анализ этого выражения показал, что движение финитно, если $\gamma < 0,125$.

Для построения первой поправки к невозмущенному движению, разложим невозмущенную потенциальную энергию U_0 , получаемую из (5) положением $F_r = 0$ по степеням $r - r_0$.

$$\begin{aligned} U_0(r) &= U_0(r_0) + \frac{dU_0(r_0)}{dr} (r - r_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2U_0(r_0)}{dr^2} (r - r_0)^2 \dots = \\ &= -\frac{\alpha}{2r_0} + \frac{\alpha}{2r_0^3} (r - r_0)^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда из (4):

$$t = \pm \int_{r_0}^r \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{m} \left(F_r(r - r_0) - \frac{\alpha}{2r_0^3} (r - r_0)^2 \right)}} = \pm \sqrt{\frac{mr_0^3}{\alpha}} \int_{-1}^{\xi} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (8)$$

Переменная интегрирования ξ введена равенством

$$r - r_0 - \frac{F_r r_0^3}{\alpha} = \xi \frac{F_r r_0^3}{\alpha} \quad (9)$$

И при $t=0$ $r=r_0$, что соответствует $\xi=-1$. В результате интегрирования получим:

$$\begin{aligned} t &= \sqrt{\frac{mr_0^3}{\alpha}} \int_{-1}^{\xi} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} = \sqrt{\frac{mr_0^3}{\alpha}} \left(\arcsin \xi + \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= \sqrt{\frac{mr_0^3}{\alpha}} \left(\arcsin \left(\frac{r - r_0}{\frac{F_r r_0^3}{\alpha}} - 1 \right) + \frac{\pi}{2} \right); \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда получаем искомое отклонение от круговой орбиты $r - r_0$, в котором ω – циклическая частота орбитального вращения:

$$r - r_0 = \frac{F_r r_0^3}{\alpha} (1 - \cos(\omega t)) \quad (11)$$

Заключение. Таким образом, используя метод возмущений, аналитически вычислили коррекцию радиуса орбиты ЛА при его орбитальном движении относительно центра масс с целью уклонения от космического мусора. Полученный результат также имеет методологическую значимость как практически востребованный пример применения теории возмущений при решении актуальной задачи освоения ближнего космоса.

Список литературы

1. Вениаминов, С. С. Космический мусор – угроза человечеству / С. С. Вениаминов, А. Червонов. – Москва : ИКИ РАН, 2012. – 192 с.
2. Грудин, Д. В. Методы и практическая реализация уклонений МКС и других функционирующих космических аппаратов от опасно сближающихся с ними объектов / Д. В. Грудин, Е. К. Мельников. – Москва : ИКИ РАН, 2019. стр. 176 – 182.
3. Иванов Д. С. Численное моделирование орбитального и углового движения космических аппаратов. [ред.] М. Ю. Овчинников / Иванов Д. С., Трофимов С. П., Широбоков М. Г. – Москва : ИПМ им. М. В. Келдыша, 2016. – 118 с.
4. Расчёт орбиты летательного аппарата с использованием функции Лагранжа для решения упрощённых задач орбитальной механики при рассмотрении двигателя постоянной тяги / К.Л. Левин, Д. В. Рябоконт, В.А. Мартынов, Б.Д. Клименков, В.А. Жуков, А.Б. Логинов, Б.А. Логинов // Вестник Псковского государственного университета. – Псков, 2022. – Т. 15. № 3. – С. 60-68.
5. Левин К.Л. Применение подхода с использованием функции Лагранжа для решения упрощённых задач орбитальной механики при ведении физического кружка для студентов младших курсов / Л. Левин, В. А. Жуков, Д. В. Рябоконт, Б. Д. Клименков // Актуальные вопросы математического образования: состояние, проблемы и перспективы развития. – Сургут : Сургутский государственный педагогический университет, 2022. – С. 42-46.

УДК 531.38

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И СТАЦИОНАРНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГИРОСТАТА С ЭЛЕКТРОМОТОРОМ

Коносевич Б.И., д-р физ.-мат. наук,
Коносевич Ю.Б., канд. физ.-мат. наук,
Мозалевская Г.В., канд. физ.-мат. наук

ГБУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
konos@iamm.su

Введение. Гиростатом называют механическую систему, состоящую из твердого тела, которое содержит массы, циклически движущиеся таким образом, что не изменяется распределение масс во всей системе [1]. Часто под гиростатом понимают систему твердых тел, состоящую из тела-

носителя, в котором вокруг фиксированных в нем осей вращаются роторы, являющиеся динамически и статически уравновешенными относительно этих осей [2].

При изучении динамики гиростата чаще всего предполагается, что роторы либо вращаются по инерции без трения, либо они вращаются с постоянной угловой скоростью по отношению к телу-носителю. В данной работе рассматривается тяжелый однороторный гиростат с неподвижной точкой, снабженный электромотором. Ротор электромотора S' является ротором гиростата, а статор электромотора является частью тела-носителя S^0 . Трение в сферическом шарнире, реализующем неподвижную точку, предполагается отсутствующим, а относительно оси ротора на него со стороны тела-носителя действуют момент сил трения и момент, создаваемый электромотором. Рассматриваются три модели электромотора: бестоковые модели асинхронного и синхронного электромотора и многотоковая модель синхронного электромотора.

1. Модели электромотора. Первые две модели электромотора формально следуют как частные случаи из его третьей, многотоковой модели. Она описывается системой дифференциальных уравнений [3], [4]

$$\begin{aligned} A'\ddot{\gamma} &= -\mu\dot{\gamma} + \Delta M_2(\dot{\gamma}) - a_1 x \sin\gamma - a_2 \sum_{n=1}^{n_2} i_n \cos\left(\gamma - \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{n_2}\right) - \\ &\quad - b_0 \sin\gamma - c_0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$L_1 \dot{x} = -R_1 x + a_1 \dot{\gamma} \sin\gamma,$$

$$L_2 \dot{i}_n = -R_2 i_n + a_2 \dot{\gamma} \cos\left(\gamma - \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{n_2}\right), \quad n = 1, 2, \dots, n_2$$

с фазовым вектором $(\gamma, \dot{\gamma}, x, i_1, \dots, i_{n_2})$, где $\gamma = \varphi' - \Omega t$ – угол рассогласования между равномерно вращающимся магнитным полем статора и магнитным полем ротора, φ' – угол поворота ротора, x, i_1, \dots, i_{n_2} – электрические токи, n_2 – число стержней в демпферной обмотке. Здесь A' – осевой момент инерции ротора, R_1 и L_1 – активное и индуктивное сопротивления обмотки возбуждения, а R_2 и L_2 – активное и индуктивное сопротивления стержней демпферной обмотки. В уравнения (1) также входят диссипативный момент $\Delta M_2(\dot{\gamma})$ и постоянные параметры $\mu, a_1, a_2, b_0, c_0 > 0$.

2. Уравнения движения. Получены две формы дифференциальных уравнений движения гиростата, соответствующие двум определениям его тензора инерции для неподвижной точки. При первом определении вводится тензор \mathbf{A} , а при втором – тензор \mathbf{A}^* , и с их помощью вектор \mathbf{x} момента количества движения гиростата относительно неподвижной точки записывается в виде $\mathbf{x} = \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\omega} + A' p' \mathbf{l}$, где $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость тела-носителя, \mathbf{l} – единичный вектор оси ротора, p' – проекция вектора угловой скорости ротора на его ось, или в виде $\mathbf{x} = \mathbf{A}^* \cdot \boldsymbol{\omega} + A' \dot{\varphi}' \mathbf{l}$.

Приведем вторую форму уравнений движения гиростата с синхронным электромотором, записанных в главных осях тензора \mathbf{A}^* . Она

включает динамические и кинематические уравнения движения тела-носителя

$$A_1^* \dot{\omega}_1 + A' \ddot{\gamma} l_1 = (A_2^* - A_3^*) \omega_2 \omega_3 + A' (\dot{\gamma} + \Omega) (l_2 \omega_3 - l_3 \omega_2) + \Gamma (e_2 v_3 - e_3 v_2), \quad \dot{v}_1 = \omega_3 v_2 - \omega_2 v_3 \quad (1 \ 2 \ 3),$$

где (1 2 3) – символ круговой перестановки индексов 1, 2, 3, уравнение вращения ротора

$$A' \ddot{\gamma} = -A' (l_1 \dot{\omega}_1 + l_2 \dot{\omega}_2 + l_3 \dot{\omega}_3) + M,$$

где M – правая часть первого из уравнений электромотора (1), а также уравнения для электрических токов, в качестве которых выступают остальные уравнения (1).

3. Стационарные решения. Стационарные решения приведенной выше системы уравнений определяются набором постоянных значений фазовых переменных

$$\omega_1^0, \omega_2^0, \omega_3^0, v_1^0, v_2^0, v_3^0, \gamma^0, \dot{\gamma}^0, x^0, i_1^0, \dots, i_{n_2}^0.$$

Поскольку $\dot{\gamma}^0 = d\gamma^0/dt = 0$, из уравнений (1) для электрических токов следует, что

$$x^0, i_1^0, \dots, i_{n_2}^0 = 0. \quad (2)$$

При таких значениях фазовых переменных уравнение вращения ротора удовлетворяется при условии $M = 0$, которое с учетом определения момента M эквивалентно тригонометрическому уравнению для γ^0 :

$$b_0 \sin \gamma^0 + c_0 = 0 \quad (b_0, c_0 > 0). \quad (3)$$

При постоянных значениях фазовых переменных кинематические уравнения сводятся к условиям

$$\omega_1^0 = \omega^0 v_1^0, \quad \omega_2^0 = \omega^0 v_2^0, \quad \omega_3^0 = \omega^0 v_3^0 \quad (\omega^0 = \text{const}). \quad (4)$$

Отсюда следует

Утверждение 1. Стационарное решение дифференциальных уравнений движения тяжелого однороторного гиростата с синхронным электромотором либо соответствует состоянию покоя тела-носителя S^0 (при $\omega^0 = 0$), либо оно описывает равномерное вращение тела S^0 в неподвижном пространстве с некоторой угловой скоростью $\omega^0 \neq 0$ вокруг неизменно связанной с этим телом и установленной по вертикали вниз полуоси, направление которой в теле S^0 определяет единичный вектор с компонентами v_1^0, v_2^0, v_3^0 .

Наконец, из динамических уравнений получаем три соотношения

$$\begin{aligned} (A_2^* - A_3^*) \omega^{02} v_2^0 v_3^0 + A' \Omega \omega^0 (l_2 v_3^0 - l_3 v_2^0) + \Gamma (e_2 v_3^0 - e_3 v_2^0) &= 0, \\ (A_3^* - A_1^*) \omega^{02} v_3^0 v_1^0 + A' \Omega \omega^0 (l_3 v_1^0 - l_1 v_3^0) + \Gamma (e_3 v_1^0 - e_1 v_3^0) &= 0, \\ (A_1^* - A_2^*) \omega^{02} v_1^0 v_2^0 + A' \Omega \omega^0 (l_1 v_2^0 - l_2 v_1^0) + \Gamma (e_1 v_2^0 - e_2 v_1^0) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Утверждение 2. Пусть $y = y^0$ – стационарное решение второй формы уравнений движения однороторного тяжелого гиростата в случае многоотковой модели синхронного электромотора. Условиями существования такого решения являются соотношения (2), (3), (4), (5).

Замечание. При использовании бестоковой модели синхронного электромотора условиями существования стационарных решений уравнений движения гиростата являются соотношения (3), (4), (5), а для модели с равномерно вращающимся ротором – известные соотношения (4), (5).

Заключение. Получены две формы дифференциальных уравнений движения гиростата, соответствующие двум определениям его тензора инерции для неподвижной точки.

Список литературы

1. Леви-Чивита Т., Амальди У. Курс теоретической механики. В 2-х т. Т. 2. Ч. 2. – М.: Изд-во иностр. лит., 1951. – 555 с.
2. Харламов П.В. Об уравнениях движения системы твердых тел / П.В Харламов // Механика твердого тела. – 1972. – Вып. 4. – С. 52-73.
3. Леонов Г.А. Глобальная устойчивость и колебания динамических систем, описывающих синхронные электрические машины / Г.А. Леонов, А.М. Зарецкий // Вестн. СПбГУ. Сер. 1. – 2012. – Вып. 4. – С. 18-27.
4. Коносевиц Б.И. Достаточное условие глобальной устойчивости модели синхронного электромотора при нелинейном моменте нагрузки / Б.И. Коносевиц, Ю.Б. Коносевиц // Вестн. СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. – 2018. – Т. 5 (63). – Вып. 1. – С. 74-85.

УДК 531.38; 531.39

ПОЛУРЕГУЛЯРНЫЕ ПРЕЦЕССИИ В ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ ГИРОСТАТА С ПЕРЕМЕННЫМ ГИРОСТАТИЧЕСКИМ МОМЕНТОМ

*Мазнев А.В.*¹, д-р физ.-мат. наук, доц., *Белоконь Т.В.*²

¹ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

²ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет экономики и
торговли им. Туган-Барановского», г. Донецк, РФ

a.mazniev@donnu.ru, b.tatyana13@mail.ru

Введение. В докладе рассматривается система связанных твердых тел, моделируемая гиростатом. Изучение движения гиростата посвящено прецессиям гиростата, то есть движениям, при которых постоянен угол между двумя осями l_1 и l_2 (ось l_1 связана с телом-носителем, ось l_2 неподвижна в пространстве). В последнее время интенсивно рассматриваются условия существования прецессий гиростата с переменным гиростатическим моментом [1] в силовых полях сложной структуры.

В данном докладе рассмотрен случай полурегулярной прецессии первого типа гиростата с переменным гиростатическим моментом в задаче о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил. Получены новые решения уравнений класса Кирхгофа-Пуассона, описывающие данные прецессии.

Постановка задачи. Для изучения уравнений движения гиростата с переменным гиростатическим моментом введем в теле-носителе главную систему координат $Oxyz$ с единичными векторами $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$, где O – неподвижная точка. Обозначим в этой системе координат тензор инерции через $A = \text{diag}(A_1, A_2, A_3)$, $\boldsymbol{\lambda}(t) = (\lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t))$ – гиростатический момент. Будем полагать, что S_0 – тело-носитель, S_1 – симметричный ротор, который вращается вокруг оси Oz с угловой скоростью $\dot{\alpha}(t)$, то есть для компонент гиростатического момента имеем равенства: $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = \lambda_3(t)$. Момент инерции ротора S_1 относительно оси Oz полагаем равным D_3 . Введем основные обозначения задачи о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил: $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ – вектор угловой скорости гиростата; $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ – единичный вектор оси симметрии силовых полей; \mathbf{I} – тензор инерции; $B = \text{diag}(B_1, B_2, B_3)$ – матрица, характеризующая гироскопические силы; $C = \text{diag}(C_1, C_2, C_3)$ – матрица, характеризующая потенциальные силы, которые являются однородными многочленами по $v_i (i = \overline{1,3})$; $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$ – вектор обобщенного центра масс гиростата; производная по времени функций $\omega_i(t), v_i(t) (i = \overline{1,3})$, $\lambda_3(t)$ будет обозначена точкой над этими переменными. Тогда уравнения движения гиростата запишем в виде [2]

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) = (A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}(t)) \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times B\mathbf{v} + \mathbf{v} \times (C\mathbf{v} - \mathbf{s}) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}. \quad (2)$$

Уравнения (1), (2) имеют два первых интеграла

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = 1, \quad (A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}(t)) \cdot \mathbf{v} - \frac{1}{2}(B\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) = k, \quad (3)$$

где – произвольная постоянная.

Построение решения уравнений (1), (2). Поскольку система дифференциальных уравнений (1), (2) неавтономна, то для полного решения задачи о движении гиростата с переменным гиростатическим моментом необходимо данные уравнения рассматривать совместно с уравнениями [3]

$$\dot{\lambda}_3(t) = L(t), \quad \lambda_3(t) = D_3(\boldsymbol{\omega}(t) \cdot \mathbf{i}_3 + \dot{\alpha}(t)). \quad (4)$$

Следуя [4], для уравнений (1), (2) зададим три инвариантных соотношения (ИС)

$$\omega_i = \varepsilon_0 v_i + g(v_3)\beta_i, \quad (i = \overline{1,3}). \quad (5)$$

где $\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = 1$. Запишем равенства (5) в векторной форме

$$\boldsymbol{\omega} = \varepsilon_0 \mathbf{v} + g(v_3) \boldsymbol{\beta}, \quad (6)$$

При подстановке значений (5) в уравнения Пуассона (2) получим

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= g(v_3)(\beta_3 v_2 - \beta_2 v_3), & \dot{v}_2 &= g(v_3)(\beta_1 v_3 - \beta_3 v_1), \\ \dot{v}_3 &= g(v_3)(\beta_2 v_1 - \beta_1 v_2). \end{aligned} \quad (7)$$

Из уравнений (7) следует дополнительное ИС:

$$\beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \beta_3 v_3 = c_0 \quad (8)$$

где c_0 – постоянная. В векторном виде ИС (8) можно записать в виде $\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{v} = c_0$, то есть в процессе движения гиростата постоянен угол между векторами $\boldsymbol{\beta}$ и \mathbf{v} . Такие движения называются прецессией гиростата относительно вертикали [5]. В силу (6) параметр ε_0 можно трактовать как скорость прецессии гиростата в главной системе координат [5], а функцию $g(v_3)$ – как скорость собственного вращения. Поскольку скорость прецессии гиростата постоянна, то данный класс относят к полурегулярным прецессиям первого типа [5].

Из соотношений (3), (8) найдем функции [4]

$$\begin{aligned} v_1(v_3) &= \frac{1}{\varepsilon_0^2} \left[\beta_1 (c_0 - \beta_3 v_3) + \beta_2 \sqrt{F(v_3)} \right], \\ v_2(v_3) &= \frac{1}{\varepsilon_0^2} \left[\beta_2 (c_0 - \beta_3 v_3) - \beta_1 \sqrt{F(v_3)} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где $\varepsilon_0^2 = \beta_1^2 + \beta_2^2$, а $F(v_3)$ имеет вид

$$F(v_3) = -v_3^2 + 2c_0 \beta_3 v_3 + (\varepsilon_0^2 - c_0^2). \quad (10)$$

Зависимость $v_3(t)$ установим из третьего уравнения системы (7) путем обращения интеграла

$$\int_{v_3^{(0)}}^{v_3} \frac{dv_3}{g(v_3) \sqrt{F(v_3)}} = t - t_0, \quad (11)$$

где t_0 – начальное значение времени.

Исследование условий существования решения (9) – (11) для уравнений (1) – (3) при условии $\beta_3 = 0$ показывает, что это решение существует при достаточно многочисленных условиях на параметры уравнений (1) – (3).

Заключение. В докладе рассмотрены условия существования полурегулярной прецессии первого типа в задаче о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил. Построено новое решение уравнений движения гиростата с переменным гиростатическим моментом.

Список литературы

1. Горр Г. В. Движение гиростата с переменным гиростатическим моментом / Г. В. Горр, А. В. Мазнев, Г.А. Котов. – Донецк: ГУ "ИПММ", 2017. – 265 с.
2. Горр Г.В. Динамика гиростата, имеющего неподвижную точку / Г. В. Горр, А. В. Мазнев – Донецк: ДонНУ. – 2010. – 364 с.
3. Харламов П.В. Об уравнениях движения системы твердых тел / П.В. Харламов // Механика твердого тела. – 1972. – Вып. 4. – С. 52–73.
4. Горр Г.В. О трех инвариантных соотношениях уравнений движения тела в потенциальном поле сил / Г.В. Горр // Прикл. математика и механика. – 2019. – Т. 83, №2. – С. 202–214.
5. Горр Г.В. Прецессионные движения в динамике твердого тела и в динамике систем связанных твердых тел / Г.В. Горр., А.В. Мазнев, Е.К. Щетинина – Донецк: ДонНУ, 2009. – 222 с.

УДК 531.38; 531.39

О ПРЕЦЕССИОННЫХ ДВИЖЕНИЯХ ДИНАМИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОГО ГИРОСТАТА С ПЕРЕМЕННЫМ ГИРОСТАТИЧЕСКИМ МОМЕНТОМ

*Мазнев А.В.*¹, д-р физ.-мат. наук, доц., *Горбунова Ю.С.*²

¹ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

²ГОУ ВПО «Академия гражданской защиты МЧС ДНР», г. Донецк, РФ
o.mazniev@donnu.ru, yulya_gorbunova_1993@mail.ru

Введение. В докладе рассмотрено движение динамически симметричного гиростата с переменным гиростатическим моментом. Найдено новое решение уравнений движения гиростата, описывающее регулярную прецессию гиростата относительно вертикали.

Постановка задачи. Рассмотрим уравнения движения гиростата, имеющего неподвижную точку под действием силы тяжести [1]

$$(A\bar{\omega} + \bar{\lambda}(t))^\bullet = (A\bar{\omega} + \bar{\lambda}(t)) \times \bar{\omega} + \bar{s} \times \bar{v}, \quad (1)$$

$$\dot{\bar{v}} = \bar{v} \times \bar{\omega}, \quad (2)$$

где введены обозначения: $\bar{\omega}$ – вектор угловой скорости; \bar{v} – единичный вектор, сонаправленный с силой тяжести; \bar{s} – вектор обобщенного центра масс; $A = \text{diag}(A_1, A_2, A_3)$ – тензор инерции гиростата; $\bar{\lambda}(t)$ – гиростатический момент; точка над переменными $\bar{\omega}(t), \bar{v}(t), \bar{\lambda}(t)$ обозначает дифференцирование по времени.

Уравнения (1), (2) имеют два первых интеграла

$$\bar{v} \cdot \bar{v} = 1, \quad (A\bar{\omega} + \bar{\lambda}(t)) \cdot \bar{v} = k. \quad (3)$$

Здесь k – произвольная постоянная.

Полагая в уравнениях (1),(2) $\lambda_1(t) = 0$, $\lambda_2(t) = 0$, $A_2 = A_1$, рассмотрим эти уравнения на инвариантном соотношении (ИС)

$$\lambda_3(t) + (A_3 - A_1)\omega_3(t) = 0. \quad (4)$$

Необходимо найти условия существования ИС (4) у уравнений (1), (2) и построить новое решение уравнений движения динамически симметричного гиростата.

Интегрирование уравнений (1), (2). Используя векторную форму записи, из уравнений (1), (2) при условии (4) получим

$$A_1 \dot{\bar{\omega}} = \bar{s} \times \bar{v}, \quad \dot{\bar{v}} = \bar{v} \times \bar{\omega}. \quad (5)$$

Уравнения (5) имеют первые интегралы

$$\bar{v} \cdot \bar{v} = 1, \quad \bar{\omega} \cdot \bar{v} = k_0, \quad A_1 \bar{\omega}^2 - 2(\bar{s} \cdot \bar{v}) = 2E. \quad (6)$$

где $k_0 = \frac{k}{A_1}$.

Рассмотрим класс прецессионных движений гиростата для уравнений (5). Пусть \bar{a} – единичный вектор, неизменно связанный с телом-носителем ($\dot{\bar{a}} = \bar{0}$). Тогда для прецессий тела выполняются инвариантные соотношения [2]

$$\bar{a} \cdot \bar{v} = a_0, \quad \bar{\omega} = \dot{\phi}_* \bar{a} + \dot{\psi}_* \bar{v}, \quad (7)$$

где $\dot{\phi}_*(t)$, $\dot{\psi}_*(t)$ – углы Эйлера, $a_0 = \cos\theta_0$, $\theta_0 = \angle(\bar{a}, \bar{v})$.

Подставим значение угловой скорости из (7) во второе соотношение системы (6) и в уравнение Пуассона из (5). Тогда получим

$$\dot{\psi}_* = k_0 - a_0 \dot{\phi}_*, \quad \dot{\bar{v}} = \dot{\phi}_*(\bar{v} \times \bar{a}) \quad (8)$$

В силу первого равенства из (8) вектор угловой скорости из (7) примет вид

$$\bar{\omega} = \dot{\phi}_* \bar{a} + (k_0 - a_0 \dot{\phi}_*) \bar{v}. \quad (9)$$

Запишем третий интеграл из (6) с учетом значения $\bar{\omega}$ из (9)

$$A_1(a_0'^2 \dot{\phi}_*^2 + k_0^2) = 2(E + (\bar{s} \cdot \bar{v})), \quad (10)$$

где $a_0' = \sin\theta_0$. Подставим значение $\bar{\omega}$ из (7) в динамическое уравнение из (5) и рассмотрим равенство, которое следует после операции скалярного умножения левой и правой части полученного уравнения на вектор $\bar{v} \times \bar{a}$

$$A_1 a_0'^2 \dot{\phi}_*(k_0 - a_0 \dot{\phi}_*) - (\bar{a} \cdot \bar{s}) = a_0(\bar{s} \cdot \bar{v}). \quad (11)$$

Для получения окончательного результата обозначим $n_0 = \dot{\phi}_*$, $m_0 = a_0 \dot{\psi}_*$. Тогда из (9) найдем

$$\bar{\omega} = n_0 \bar{a} + m_0 \bar{v}. \quad (12)$$

Подставим $\bar{\omega}$ из (12) в первое уравнение системы (5) и интегралы из (6). Тогда получим условия

$$\dot{\bar{v}} = n_0(\bar{v} \times \bar{a}), \quad (13)$$

$$s_3 = -A_1 n_0 m_0, \quad k_0 = n_0 a_0 + m_0, \quad (14)$$

$$2E = A_1(n_0^2 + m_0^2) + 2a_0(n_0 m_0 A_1 - s_3)$$

Для интегрирования уравнения (13) положим

$$a_1 = \sin\mu_0 \cos\sigma_0, \quad a_2 = \sin\mu_0 \sin\sigma_0, \quad a_3 = \cos\mu_0. \quad (15)$$

где $\mu_0 \in (0, \pi)$, $\sigma_0 \in [0, 2\pi]$ – постоянные параметры. Запишем общее решение уравнения (16) используя инвариантное соотношение $\bar{a} \cdot \bar{v} = a_0$ и равенство $v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = 1$. Тогда решение уравнения (13) таково

$$\begin{aligned} v_1 &= a_0 \sin\mu_0 \cos\sigma_0 - a'_0 (\sin\sigma_0 \cos n_0 t - \cos\sigma_0 \cos\mu_0 \sin n_0 t), \\ v_2 &= a_0 \sin\mu_0 \sin\sigma_0 + a'_0 (\cos\sigma_0 \cos n_0 t + \sin\sigma_0 \cos\mu_0 \sin n_0 t), \\ v_3 &= a_0 \cos\mu_0 - a'_0 \sin\mu_0 \sin n_0 t. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь $a'_0 = \sin\theta_0$, а начальное значение t положено равным нулю. Компоненты вектора $\bar{\omega}$ из (12) имеют вид

$$\omega_i = n_0 a_0 + m_0 v_i \quad (i = \overline{1,3}). \quad (17)$$

Таким образом, условиями существования решения (16), (17) являются равенства (4). Функцию $\lambda_3(t)$ определим из равенства (7) на основании (16), (17)

$$\lambda_3(t) = (A_1 - A_3)[(n_0 + a_0 m_0) \cos\mu_0 - m_0 a'_0 \sin\mu_0 \sin n_0 t]. \quad (18)$$

Заключение. В докладе изучено движение динамически симметричного гиростата при условии существования у уравнений движения одного инвариантного соотношения на основные переменные задачи в случае прецессии гиростата относительно вертикали.

Список литературы

1. Горр Г.В. Классические задачи динамики твердого тела. Развитие и современное состояние / Г.В. Горр, Л.В. Кудряшова, Л.А. Степанова. – Киев: Наук думка, 1978. 296 с.
2. Горр Г.В. Динамика гиростата, имеющего неподвижную точку / Г.В. Горр, А.В. Мазнев. – Донецк: ДонНУ, 2010. – 364 с.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИ-РАВНОМЕРНЫХ ДВИЖЕНИЯХ ГИРОСТАТА ОТНОСИТЕЛЬНО НАКЛОННОЙ ОСИ

Пилпани Ю.Ю., канд. физ.-мат. наук, *Балаклицкая Т.В.*
ГБУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
juliet_don@rambler.ru

Введение. Исследование асимптотических движений гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил позволяет не только установить свойства движения в рассматриваемом решении, но и изучить строение фазового пространства уравнений Кирхгофа-Пуассона. Одним из методов исследования асимптотических решений обыкновенных дифференциальных уравнений, к которым относятся уравнения класса Кирхгофа-Пуассона, является первый метод Ляпунова [1]. Обзор результатов приведен в [2-4].

1. Постановка задачи. Движение гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил класса Кирхгофа-Пуассона описывается дифференциальными уравнениями

$$A \dot{\boldsymbol{\omega}} = A \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times (B\mathbf{v} - \boldsymbol{\lambda}) + \mathbf{v} \times (C\mathbf{v} - \mathbf{s}), \quad \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}. \quad (1)$$

Переменными здесь являются $\boldsymbol{\omega}(t)$, $\mathbf{v}(t)$; A , B , C – постоянные матрицы третьего порядка; $\boldsymbol{\lambda}$ и \mathbf{s} – постоянные векторы. Уравнения (1) имеют три первых интеграла

$$\begin{aligned} (A \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega}) - 2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{v}) &= 2E, \quad \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = 1, \\ (A \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \cdot \mathbf{v} - \frac{1}{2}(B\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) &= k. \end{aligned} \quad (2)$$

Следуя [3, 4], запишем решение, описывающее равномерные вращения гиростата $\boldsymbol{\omega} = \omega_0 \mathbf{a}$, где ω_0 – постоянная, $\mathbf{a} = (0, 0, 1)$ – единичный вектор:

$$\omega_1 = \omega_2 = 0, \quad \omega_3 = \omega_0, \quad v_1(t) = a'_0 \sin \omega_0 t, \quad v_2(t) = a'_0 \cos \omega_0 t, \quad v_3(t) = a_0. \quad (3)$$

Здесь $a_0 = \cos \theta_0$ (θ_0 – угол между векторами \mathbf{a} и \mathbf{v}), $a'_0 = \sin \theta_0$. Решение (3) уравнений (1) имеет место при выполнении следующих условий

$$\begin{aligned} s_2 = s_1 = 0, \quad C_{ij} = 0 \quad (i \neq j), \quad C_{22} = C_{11}, \quad A_{12} = 0, \quad B_{12} = 0, \quad B_{22} = B_{11}. \\ \lambda_1 = a_0 B_{13} - \omega_0 A_{13}, \quad \lambda_2 = a_0 B_{23} - \omega_0 A_{23}, \quad s_3 + \omega_0 B_{11} + a_0(C_{11} - C_{22}) = 0. \end{aligned}$$

Рассматриваемая задача заключается в том, чтобы изучить зависимость от времени для функций $\boldsymbol{\Omega}(t)$, $\boldsymbol{\gamma}(t)$, определенных соотношениями

$$\boldsymbol{\Omega}(t) = \boldsymbol{\omega}(t) - \omega_0 \mathbf{a}, \quad \boldsymbol{\gamma}(t) = \mathbf{v} - \mathbf{v}^{(0)}(t), \quad (4)$$

где компоненты вектора $\mathbf{v}^{(0)}(t)$ выражаются формулами (3), и найти условия на параметры уравнений (1),(2), когда $\mathbf{\Omega}(t) \rightarrow \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\gamma}(t) \rightarrow \mathbf{0}$ при $t \rightarrow \infty$.

2. Решение задачи. Решение поставленной задачи основано на первом методе Ляпунова [1]. Необходимые для этого уравнения первого приближения вследствие (1), (4) имеют вид

$$A\dot{\mathbf{\Omega}} = \omega_0 (A\mathbf{a} \times \mathbf{\Omega}) + A\mathbf{\Omega} \times \mathbf{a} + \mathbf{a} \times B\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\gamma} \times (C\mathbf{v}^{(0)} - \mathbf{s}) + \mathbf{v}^{(0)} \times C\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{\Omega} \times (B\mathbf{v}^{(0)} - \boldsymbol{\lambda}), \quad (5)$$

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \omega_0 (\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{a}) + \mathbf{v}^{(0)} \times \mathbf{\Omega}.$$

Векторное уравнение (5) допускает три первых интеграла

$$\begin{aligned} \omega_0 (A\mathbf{a} \cdot \mathbf{\Omega}) - (\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\gamma}) + C\mathbf{v}^{(0)} \cdot \boldsymbol{\gamma} &= c_1, \\ \omega_0 (A\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma}) + \mathbf{v}^{(0)} \cdot A\mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{\gamma} - B\mathbf{v}^{(0)} \cdot \boldsymbol{\gamma} &= c_2, \quad \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{v}^{(0)} = c_3, \end{aligned} \quad (6)$$

где c_i – произвольные постоянные. Интегралы (6) используются для понижения порядка скалярных уравнений, вытекающих из (5). Вместо переменных Ω_i ($i = \overline{1,3}$) здесь целесообразно рассматривать компоненты вектора кинетического момента $\mathbf{x} = A\mathbf{\Omega}$, а вместо тензора инерции – гириационный тензор $\mathbf{a} = A^{-1}$. Тогда левые части уравнений (5) в новых переменных равны \dot{x}_i , а Ω_i равны $\Omega_i = a_{1i}x_1 + a_{2i}x_2 + a_{3i}x_3$. В результате такой замены уравнения (5) принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \omega_0 y + g_0(t)\Omega_2 - a'_0 B_{11}\Omega_3 \cos \omega_0 t + h_0(t)v_3, \\ \dot{y} &= -\omega_0 x - g_0(t)\Omega_1 + a'_0 B_{11}\Omega_3 \sin \omega_0 t - f_0(t)v_3, \\ \dot{z} &= a'_0 B_{11}(\Omega_1 \cos \omega_0 t - \Omega_2 \sin \omega_0 t), \\ \dot{\gamma}_1 &= \omega_0 \gamma_2 - a_0 \Omega_2 + a'_0 \Omega_3 \cos \omega_0 t, \\ \dot{\gamma}_2 &= -\omega_0 \gamma_1 + a_0 \Omega_1 - a'_0 \Omega_3 \sin \omega_0 t, \\ \dot{\gamma}_3 &= a'_0 (\Omega_2 \sin \omega_0 t - \Omega_1 \cos \omega_0 t). \end{aligned} \quad (7)$$

В интегралах (6) достаточно положить $A\mathbf{a} \cdot \mathbf{\Omega} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}$, $\mathbf{v}^{(0)} \cdot A\mathbf{\Omega} = \mathbf{v}^{(0)} \cdot \mathbf{x}$. Отметим, что функции $h_0(t)$, $f_0(t)$ в (7) линейны по $\sin \omega_0 t$, $\cos \omega_0 t$.

3. Полученные результаты. Основным содержанием данной работы является использование первых интегралов (6) системы (7) для реализации первого метода Ляпунова исследования асимптотически-равномерных движений гиростата. Это осуществляется в 6 этапов.

Этап 1. Система (7) с помощью первых интегралов приводится к линейной системе третьего порядка. с периодическими коэффициентами.

Этап 2. Полученная система третьего порядка преобразуется к сопряженной системе и ее первый интеграл находится с помощью теоремы Пуанкаре (основанной на том, что с помощью частного решения системы дифференциальных уравнений можно получить первый интеграл сопряженной системы).

Этап 3. С использованием первого интеграла сопряженная система приводится к системе второго порядка, которая затем преобразуется к уравнению типа Хилла $\ddot{x} + P(t)x = 0$, где $P(t)$ – периодическая функция t . Например, в случае (6), (7) это уравнение имеет вид

$$\ddot{x} + \frac{x}{F_1^2(t)} [F_1(t) + \sum_{n=1}^3 F_1^n(t) G_n(t)] = 0, \quad (8)$$

где $F_1(t) = c \cos 2\omega_0 t - b$ (c, b – параметры), $F_2(t), G_1(t), G_2(t)$ – тригонометрические многочлены четвертого порядка, а $G_3(t)$ – тригонометрический многочлен второго порядка по $\sin \omega_0 t, \cos \omega_0 t$. Поскольку в общем случае уравнение (8) имеет сложную структуру, то в работе исследован случай $a_{22} = a_{11}$, когда уравнение (8) имеет более простой вид

$$\ddot{x} + \lambda^2(1 + \mu \cos 2\omega_0 t)x = 0 \quad (9)$$

Этап 4. С использованием метода параметрического резонанса находятся положительные характеристические числа уравнения (9). Устанавливается, что при $4 - \mu^2/3 + \dots < \lambda^2 < 4 + 5\mu^2/3$ это уравнение имеет одно положительное характеристическое число и, следовательно, это уравнение допускает решение

$$x(t) = C_1 \psi(t) e^{-\alpha^2 t}. \quad (10)$$

Этап 5. Воспользовавшись решением (10), находим из (4) фазовые векторы $\boldsymbol{\gamma}(t), \boldsymbol{\Omega}(t)$. Поскольку в (10) $\alpha = \text{const}$, $\psi(t)$ – периодическая функция t , имеем $\boldsymbol{\gamma}(t), \boldsymbol{\Omega}(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Этап 6. Строим асимптотическое решение методом Ляпунова, то есть в виде асимптотического ряда Ляпунова по $x(t)$ из формулы (10).

Таким образом, найден случай существования асимптотически-равномерных движений гиростата относительно наклонной оси, проходящей через неподвижный в пространстве вектор \mathbf{a} .

Список литературы

1. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. – Собр. соч. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – Т. 2. – С. 7-263.
2. Вархалев Ю.П. Первый метод Ляпунова в исследовании асимптотических движений в динамике твердого тела / Ю.П. Вархалев, Г.В. Горр // Механика твердого тела. – 1992. – Вып. 24. – С. 25–41.
3. Горр Г.В. Уравнение Хилла в задаче об асимптотически-равномерных движениях гиростата относительно наклонной оси / Г.В. Горр, Т.В. Балаклицкая // Механика твердого тела. – 2021. – Вып. 51. – С. 3–14.
4. Мазнев А.В. Асимптотически-равномерные движения относительно наклонной оси гиростата / А.В. Мазнев, Ю.Ю. Пилпани // Прикладная математика и механика. – 2012. – Т. 76, вып. 2. – С. 237–246.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО КЛАССА ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ ГИРОСТАТА

Платонова Е.С.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

e.platonova@donnu.ru

Введение. В работе исследуется один случай полиномиальных решений обобщенного класса Докшевича уравнений задачи о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Условия существования решения этого класса получены в виде системы алгебраических уравнений на параметры задачи и коэффициенты решения. Построено одно новое частное решение уравнения движения гиростата, которое зависит от пяти независимых параметров.

Движение многих объектов недеформируемых конструкций современной техники (гироскопических систем, машин и механизмов, транспортных средств, земных и космических кораблей, устройств, имитирующих живые организмы, и других систем) моделируется как движение системы твердых тел типа гиростата в различных силовых полях.

Цель исследования. Нахождение частных решений дифференциальных уравнений задачи о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона является актуальной задачей, так как уравнения такого вида в общем случае не интегрируются в квадратурах [1]. Среди частных решений этой задачи отдельно выделяют решения отдельно выделяют различной полиномиальной структуры, большинство из которых являются обобщением решений полиномиального вида классической задачи динамики твердого тела и задачи движения тяжелого гиростата.

Основная часть. Рассмотрим движение заряженного и намагниченного гиростата с неподвижной точкой под действием потенциальных и гироскопических сил. Потенциальные силы возникают при взаимодействии магнитов с постоянным магнитным полем, электрических зарядов с электрическим полем и ньютоновском притяжении. Центры ньютоновского и кулоновского притяжений лежат на оси, проходящей через неподвижную точку и параллельной вектору, характеризующему направление постоянного магнитного поля. Гироскопические силы определяются лоренцевым воздействием магнитного поля на движущиеся в пространстве электрические заряды и циклическим движением роторов в теле – носителе. Уравнения

рассматриваемого движения гиростата не относятся к уравнениям класса Кирхгофа и в векторном виде с учетом ньютоновских сил имеют вид [2]:

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} = (A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times B\mathbf{v} + \mathbf{v} \times (C\mathbf{v} - \mathbf{s}), \quad \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}. \quad (1)$$

Уравнения (1) допускают три первых интеграла

$$(A\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega}) - 2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{v}) + (C\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) = 2E_0, \quad 2(A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \cdot \mathbf{v} - (B\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) = 2k_0, \quad (2)$$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = 1.$$

В (1) и (2) обозначено: $\boldsymbol{\omega} = (p, q, r)$ – угловая скорость гиростата; $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ – единичный вектор, характеризующий направление оси симметрии силовых полей; $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, 0)$ – гиростатический момент; $\mathbf{s} = (s_1, s_2, 0)$ – вектор обобщенного центра масс; – тензор инерции гиростата, построенный в неподвижной точке; B и C – симметричные матрицы третьего порядка; точка над переменными обозначает относительную производную; E_0 и k_0 – постоянные интегралов.

Новое частное решение. Новое частное решение полиномиальной структуры обобщенного класса Докшевича имеет вид:

$$q = Q(p) = b_2 p^2 + b_1 p + b_0, \quad (3)$$

$$r^2 = R(p) = c_4 p^4 + c_3 p^3 + c_2 p^2 + c_1 p + c_0,$$

$$v_1 = \varphi(p) = a_1 p + a_0, \quad v_2 = \psi(p) = g_2 p^2 + g_1 p + g_0,$$

$$v_3 = \frac{\varkappa(p)}{p} \sqrt{R(p)}, \quad \varkappa(p) = f_1 p + f_0.$$

Заключение. В работе начато изучения условий существования частных решений обобщенного полиномиального класса А.И. Докшевича дифференциальных уравнений задачи движения гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Это решение характеризуется тем, что вспомогательные функции входящие в структуру третьей компоненты единичного вектора направления магнитного поля является дробно-линейной функцией первой компоненты вектора угловой скорости гиростата. Полученное решение (3) описывается эллиптическими функциями времени.

Список литературы

1. Зиглин С.Л. Ветвление решений и несуществование первых интегралов в гамильтоновых системах/ С.Л. Зиглин // Функциональный анализ и его приложения. – 1982. – Т. 16, № 3. – С. 30-41.
2. Горр Г.В. Динамика гиростат, имеющего неподвижную точку / Г.В. Горр, А.В. Мазнев. – Донецк: Издательство ДонНУ, 2010. – 364 с.

ЦЕНТР МАСС КАРКАСА ФИГУРЫ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Покорная И.Ю., канд. физ.-мат. наук, доц.,
Аверьянова И.Г., Лосева А.В.

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный педагогический университет»,
г. Воронеж, РФ
airishka.1011@yandex.ru

Введение. Каждый человек хотя бы раз, может быть, сам того не осознавая, задумывался о центре масс некоторой системы, но далеко не всем удавалось понять принцип работы этого явления. Для каждого вида задач о нахождении центра масс используется определённая последовательность действий. В данной статье рассмотрим случай нахождения центра масс каркаса (контура) фигуры в трехмерном пространстве.

Основная часть. Задача. Дана пирамида и координаты ее вершин: А (-1,-3,0), В (3,-2,0), С (-1,3,0), D (-3,1,0), E (0,0,4). Найти центр масс каркаса пирамиды (рис. 1) при условии, что данный каркас однороден.

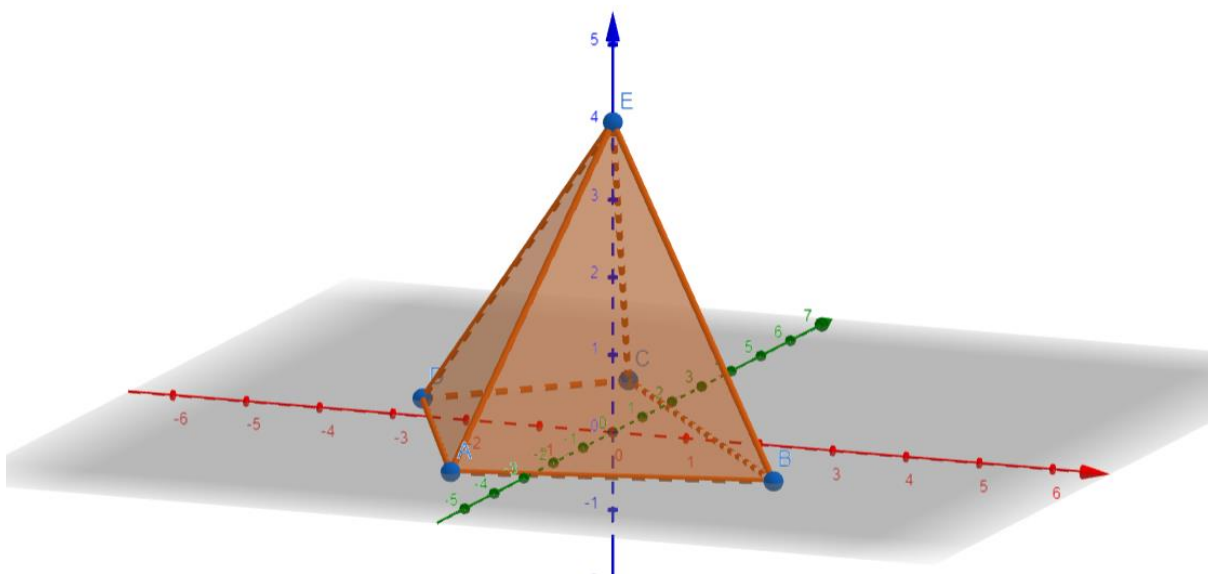


Рис. 1. Условие задачи

Решение. Так как каркас данной фигуры однороден, то можно заменить каждую из сторон пирамиды точкой, с массой, равной длине этой стороны. Эта точка будет находиться на середине стороны, т.к. центр масс однородного отрезка – это середина этого отрезка.

В итоге получаем задачу о нахождении центра масс системы материальных точек [2]. По формуле (1) посчитаем центр масс всей фигуры.

$$\begin{cases} x_S = \frac{\sum_i l_i x_i}{P}, \\ y_S = \frac{\sum_i l_i y_i}{P}, \\ z_S = \frac{\sum_i l_i z_i}{P} \end{cases} \quad (1)$$

где l_i – длина i -ой стороны, x_i – абсцисса точки, являющейся серединой l_i стороны, y_i – ее ордината, z_i – ее аппликата, а P – периметр всей фигуры.

Для того, чтобы воспользоваться формулой (1) необходимо знать длину каждой стороны фигуры, а также координаты ее центра. По формулам $x = \frac{x_1+x_2}{2}$, $y = \frac{y_1+y_2}{2}$, $z = \frac{z_1+z_2}{2}$ найдем координаты середин сторон фигуры [1].

N – середина стороны АВ, ее координаты:

$$x = \frac{-1+3}{2} = 1, y = \frac{-3-2}{2} = -2.5, z = \frac{0+0}{2} = 0.$$

H – середина стороны ВС, ее координаты:

$$x = \frac{3-1}{2} = 1, y = \frac{-2+3}{2} = 0.5, z = \frac{0+0}{2} = 0.$$

G – середина стороны CD, ее координаты:

$$x = \frac{-1-3}{2} = -2, y = \frac{3+1}{2} = 2, z = \frac{0+0}{2} = 0.$$

F – середина стороны DA, ее координаты:

$$x = \frac{-1-3}{2} = -2, y = \frac{-3+1}{2} = -1, z = \frac{0+0}{2} = 0.$$

L – середина стороны ЕС, ее координаты:

$$x = \frac{-1+0}{2} = -0.5, y = \frac{3+0}{2} = 1.5, z = \frac{0+4}{2} = 2.$$

I – середина стороны ED, ее координаты:

$$x = \frac{-3+0}{2} = -1.5, y = \frac{1+0}{2} = 0.5, z = \frac{0+4}{2} = 2.$$

K – середина стороны EB, ее координаты:

$$x = \frac{3+0}{2} = 1.5, y = \frac{-2+0}{2} = -1, z = \frac{0+4}{2} = 2.$$

J – середина стороны EA, ее координаты:

$$x = \frac{-1+0}{2} = -0.5, y = \frac{-3+0}{2} = -1.5, z = \frac{0+4}{2} = 2.$$

По формуле $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ найдем длины всех сторон фигуры. Найденные длины сторон пирамиды равны массе каждой стороны соответственно.

$$AB = \sqrt{(3+1)^2 + (-2+3)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{17},$$

$$BC = \sqrt{(-1-3)^2 + (3+2)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{41},$$

$$CD = \sqrt{(-3+1)^2 + (1-3)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{8},$$

$$DA = \sqrt{(-1+3)^2 + (-3-1)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{20},$$

$$\begin{aligned}
 EC &= \sqrt{(-1-0)^2 + (3-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{26}, \\
 ED &= \sqrt{(-3-0)^2 + (1-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{26}, \\
 EB &= \sqrt{(3-0)^2 + (-2-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{29}, \\
 EA &= \sqrt{(-1-0)^2 + (-3-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{26}.
 \end{aligned}$$

По формуле (1) посчитаем центр масс фигуры:

$$\left\{ \begin{aligned}
 x_s &= \frac{\sqrt{17} + \sqrt{41} - 2\sqrt{8} - 2\sqrt{20} - \frac{1}{2}\sqrt{26} - \frac{3}{2}\sqrt{26} + \frac{3}{2}\sqrt{29} - \frac{1}{2}\sqrt{26}}{\sqrt{17} + \sqrt{41} + \sqrt{8} + \sqrt{20} + \sqrt{26} + \sqrt{26} + \sqrt{29} + \sqrt{26}} = -0.22, \\
 y_s &= \frac{-\frac{5}{2}\sqrt{17} + \frac{1}{2}\sqrt{41} + 2\sqrt{8} - \sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{26} + \frac{1}{2}\sqrt{26} - \sqrt{29} - \frac{3}{2}\sqrt{26}}{\sqrt{17} + \sqrt{41} + \sqrt{8} + \sqrt{20} + \sqrt{26} + \sqrt{26} + \sqrt{29} + \sqrt{26}} = -0.22, \\
 z_s &= \frac{0 + 0 + 0 + 0 + 2\sqrt{26} + 2\sqrt{26} + 2\sqrt{29} + 2\sqrt{26}}{\sqrt{17} + \sqrt{41} + \sqrt{8} + \sqrt{20} + \sqrt{26} + \sqrt{26} + \sqrt{29} + \sqrt{26}} = 1.07.
 \end{aligned} \right.$$

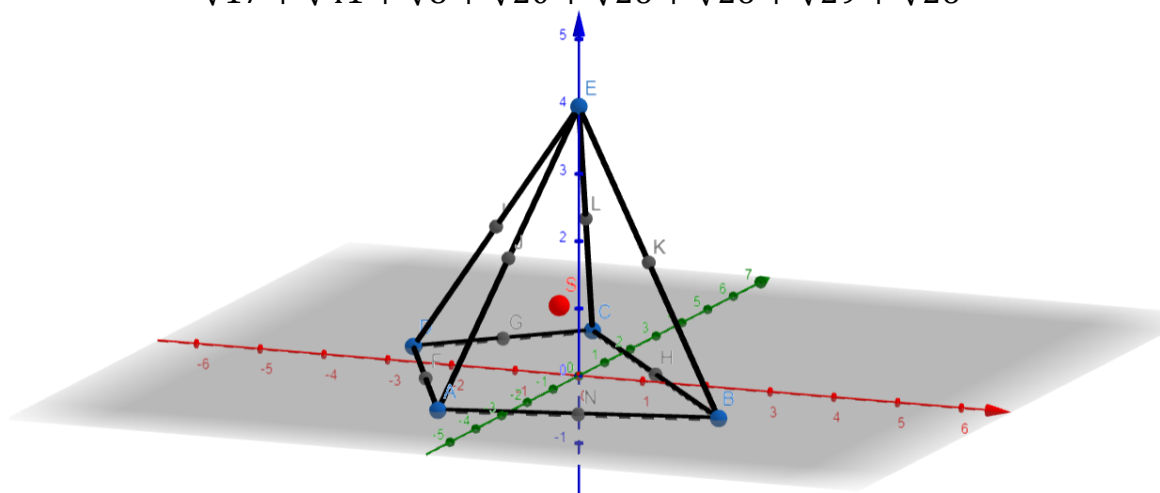


Рис. 2. Найденный центр масс контура пирамиды

Заключение. Следовательно, точка $S (-0.22, -0.22, 1.07)$ – является центром масс контура пирамиды (рис.2). Условие задачи можно изменить: сделать фигуру более сложной, к вершинам фигуры добавить некоторый груз, но последовательность действий останется неизменной.

Список литературы

1. Аверьянова, И. Г. Различные способы нахождения центра масс фигуры с помощью координат / И. Г. Аверьянова, А. В. Лосева, И. Ю. Покорная // Наука и инновации в XXI веке : Сборник научных статей всероссийской с международным участием междисциплинарной научно-практической конференции, Самара, 25 мая 2022 года. – Самара: Издатель Исакова Т.С. (БИЮР), 2022. – С. 6-9.
2. Покорная, И. Ю. Нахождение центра масс системы материальных точек различными способами / И. Ю. Покорная, И. Г. Аверьянова, А. В. Лосева // Школа молодых новаторов : сборник научных статей 3-й Международной научной конференции перспективных разработок молодых ученых, Курск, 17 июня 2022 года / Юго-Западный государственный университет; Орловский госуниверситет имени И.С. ; Московский политехнический университет. – Курск: Юго-Западный государственный университет, 2022. – С. 241-243.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ДВУМЯ САМОПЕРЕСЕЧЕНИЯМИ С УЧЕТОМ РАСТЯЖЕНИЯ

Щепин Н.Н., канд. физ.-мат. наук, доц.
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
shchepin_nick@mail.ru

Введение. В работе изучено положение равновесия замкнутой системы твердых тел, связанных упругими сферическими и телескопическими шарнирами, в предположении отсутствия внешних сил и моментов. Найдено решение уравнений равновесия системы, описывающее конфигурацию, в которой все оси симметрии тел расположены в одной плоскости и пересекаются в двух различных точках.

Рассмотрен частный случай, когда система состоит из пяти тел. Определены области геометрических параметров, для которых это решение существует.

Цель работы состояла в нахождении равновесной конфигурации связанной системы твердых тел, представляющую собой конечномерную модель замкнутого упругого стержня, в случае изгибных деформаций растяжения оси, а также исследование условий ее существования.

Постановка задачи. Рассмотрим систему n твердых тел S_j . В точках P_j тел S_j установлены невесомые, упругие, телескопические шарниры, которые сонаправлены с осью симметрии тела S_j . В точках O_{j+1} тела S_{j+1} телескопический шарнир с помощью упругого цилиндрического шарнира соединяется с телом S_{j+1} . Точка O_{j+1} лежит на оси симметрии тела S_{j+1} . Будем предполагать, что оси симметрии $O_j P_j = h_j$ тел S_j ($j = \overline{1..n}$) принадлежат одной плоскости OXZ , а оси всех цилиндрических шарниров ей перпендикулярны.

Для учета нелинейности поведения упругого стержня момент L_j в цилиндрических шарнирах выбирался равным [2]

$$L_j = c^2 \sin(\psi_j - \psi_{j-1}), \quad j = \overline{1..n}, \quad (1)$$

Полагаем, что на систему не действуют внешние силы и моменты. Потенциальная энергия системы с учетом (1) представима в виде

$$\Pi = -c^2 \sum_{j=1}^n \cos(\psi_j - \psi_{j-1}) + \frac{1}{2} k^2 \sum_{j=1}^n \xi_j^2. \quad (2)$$

Если система замкнута, то выполняются следующие соотношения:

$$f_1 = \sum_{j=1}^n (h_j + \xi_j) \cos \psi_j = 0, \quad f_2 = \sum_{j=1}^n (h_j + \xi_j) \sin \psi_j = 0. \quad (3)$$

Если на систему наложены дополнительные связи, то положение равновесия может быть найдено из условия стационарности функции $L = \Pi + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2$ [3],

$$\delta L = \delta \Pi + \lambda_1 \delta f_1 + \lambda_2 \delta f_2 = 0 \quad (4)$$

Из (2) - (4) получаем следующую систему соотношений

$$c^2 (\sin(\psi_{j+1} - \psi_j) - \sin(\psi_j - \psi_{j-1})) = (h_j + \xi_j) (\lambda_2 \cos \psi_j - \lambda_1 \sin \psi_j), \quad j = \overline{1, n},$$

$$\psi_{n+1} = \psi_1, \quad \psi_0 = \psi_n, \quad (5)$$

$$k^2 \xi_j = -(\lambda_1 \cos \psi_j + \lambda_2 \sin \psi_j), \quad j = \overline{1, n}, \quad (6)$$

которая вместе с равенствами (3) позволяет определить неизвестные величины поставленной задачи.

Стационарное решение типа «двойная восьмерка» в случае пяти тел. Рассмотрим фигуру типа «двойная восьмерка», симметричную относительно оси OZ (рис. 1).

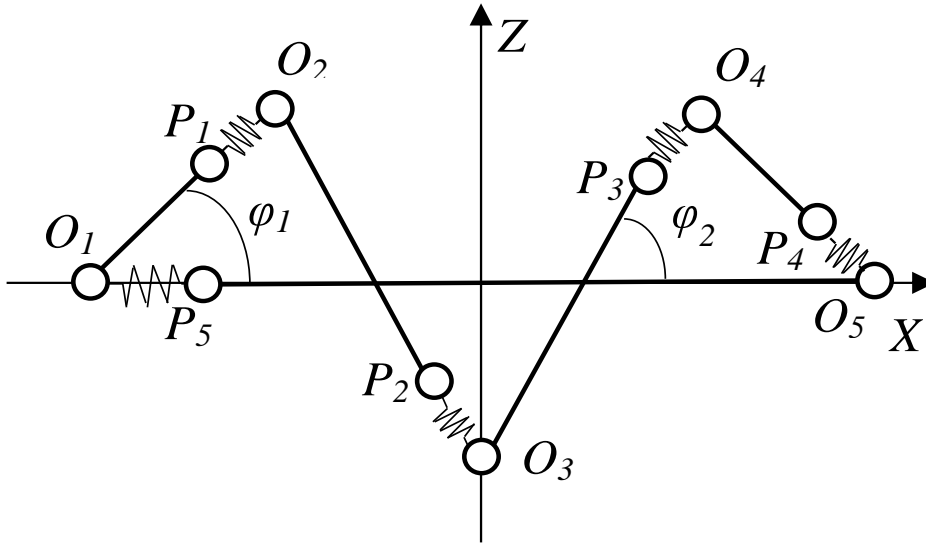


Рис. 1. «Двойная восьмерка»

В этом случае длины осей симметрии тел $O_k P_k$ ($k = \overline{1, 5}$) равны

$$O_1 P_1 = O_4 P_4 = h_1, \quad O_2 P_2 = O_3 P_3 = h_2, \quad O_5 P_5 = h_3, \quad (7)$$

углы ψ_k ($k = \overline{1, 5}$) между осью симметрии тел S_k и осью OX таковы:

$$\psi_1 = -\psi_4 = \varphi_1, \quad \psi_3 = -\psi_2 = \varphi_2, \quad \psi_5 = \pi, \quad (8)$$

Считаем, что углы φ_1, φ_2 – острые.

Для растяжений ξ_k ($k = \overline{1, 5}$) выполняются соотношения

$$\xi_1 = \xi_4, \quad \xi_2 = \xi_3. \quad (9)$$

Подставляя соотношения (7) – (9) в равенства (3), (5), (6) получим замкнутую систему уравнений для определения основных переменных задачи.

$$\begin{aligned} \sin \varphi_1 - \sin(\varphi_1 + \varphi_2) &= -\frac{h_1(1 + \xi_1)\lambda_1 \sin \varphi_1}{c^2}, \\ \sin 2\varphi_2 + \sin(\varphi_1 + \varphi_2) &= \frac{h_2(1 + \xi_2)\lambda_1 \sin \varphi_2}{c^2}, \\ h_1(1 + \xi_1) \cos \varphi_1 + h_2(1 + \xi_2) \cos \varphi_2 &= h_3(1 + \xi_5) / 2 \\ \xi_1 = \xi_4 = -\frac{\lambda_1 \cos \varphi_1}{k^2}, \quad \xi_2 = \xi_3 = -\frac{\lambda_1 \cos \varphi_2}{k^2}, \quad \xi_5 = \frac{\lambda_1}{k^2}, \quad \lambda_2 &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Из системы (10) получаем, что $\cos \varphi_1 = -\frac{\xi_1}{\xi_5}$, $\cos \varphi_2 = -\frac{\xi_2}{\xi_5}$, $\lambda_1 = k^2 \xi_5$, а для определения неизвестных ξ_1, ξ_2, ξ_5 имеем следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} a\xi_1(1 + \xi_1) + b\xi_5(1 + \xi_5) + \xi_2(1 + \xi_2) &= 0, \quad \xi_1 + \xi_2\left(2 + \frac{1}{p}\right) = -\alpha^2 \xi_5^2(1 + \xi_2), \\ \xi_5 + \xi_2 + \xi_1 p &= -\alpha^2 \xi_5^2(1 + \xi_1), \quad p = \sqrt{\frac{\xi_5^2 - \xi_2^2}{\xi_5^2 - \xi_1^2}}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $b = \frac{h_3}{2h_2}$, $a = \frac{h_1}{h_2}$, $\alpha^2 = \frac{h_2 k^2}{c^2}$.

В работе показано, что система (11) допускает ненулевое решение задачи при малых значениях ξ_1, ξ_2, ξ_5 .

Заключение. Таким образом, в работе найдено решение для случая замкнутой системы твердых тел типа «двойная восьмерка» с учетом моделирования нелинейности прогибов и растяжения оси. Рассмотрены условия существования данной равновесной конфигурации.

Список литературы

1. Starostin E.I. Symmetric equilibria of a thin elastic rod with self contacts // Phil. Trans. R. Soc. Lond., A. – 2004. – Vol. 362. – P. 1317–1334.
2. Болграбская И.А., Щепин Н.Н. О новом решении уравнений равновесия системы тел с упругой связью // Прикл. математика и механика. – 2014. – Т. 78, вып. 25. – С. 671–680.
3. Рубановский В.Н., Самсонов В.А. Устойчивость стационарных движений в примерах и задачах. – М.: Наука, 1968. – 304 с.
4. Болграбская И.А., Щепин Н.Н. Положение равновесия упругих систем с двумя самопересечениями // Тр. ИПММ НАНУ. – 2008. – Т. 16. – С. 26–33.

Механика деформируемого твердого тела

УДК 539.3

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО РЕЖИМА ЗОНДИРОВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СПЛОШНЫХ И ПЕРФОРИРОВАННЫХ ПЛАСТИНАХ

Богачев И.В., канд. физ.-мат. наук

ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет», г. Ростов-на-Дону, РФ
bogachev89@yandex.ru

В настоящее время в промышленности активно используются новые материалы со сложной неоднородной структурой, такие как функционально-градиентные материалы (ФГМ) и многослойные композиты. Ввиду технологических особенностей изготовления таких материалов, при котором используются высокотемпературные обработки и высокое давление, в них могут присутствовать неоднородные поля предварительных напряжений (ПН) и остаточных деформаций. Также эти факторы могут закладываться на этапе проектирования с целью повышения функциональных характеристик объектов. Многие детали, используемые в промышленных конструкциях, имеют технологические вырезы и отверстия, возле краев которых может возникать значительная концентрация остаточных напряжений, из-за которой могут появиться трещины и деформированные зоны, что повлечет за собой потерю работоспособности деталей. В связи с этим необходимо развитие методов диагностики предварительных напряжений в деталях и конструкциях, учитывающих их неоднородное распределение, в особенности, вблизи отверстий и включений.

Данная работа посвящена развитию основ применения акустического метода к решению обратных задач идентификации плоского ПН в сплошных и перфорированных пластинах. В частности, исследованию вопросов выбора наиболее эффективных режимов зондирования, областей размещения считывающих датчиков, измеряющих акустический отклик, и частотных диапазонов зондирования. В работе использована модель установившихся планарных колебаний сплошных и имеющих отверстия и включения неоднородных прямоугольных предварительно напряженных пластин, которая была построена ранее на основе общей линеаризованной постановки задачи о колебаниях упругого тела с ПН [1]. Свойства пластин и компоненты предварительного состояния в рассматриваемой плоской постановке считались функциями двух координат, при этом в рамках

модели ПН могли задаваться как в виде произвольных аналитических зависимостей, так и в численном виде – как решения задач о приложении к пластинам некоторой начальной статической нагрузки. Для решения задач расчета колебаний пластин с использованием сформулированной слабой постановки задачи была разработана конечно-элементная (КЭ) схема решения, реализованная в КЭ-пакете FreeFem++. С ее помощью проведено исследование влияния двумерных законов распределения ПН на акустический отклик, который используется в качестве дополнительной информации при постановке соответствующих задач идентификации ПН. Было рассмотрено несколько видов прямоугольных пластин из стали: сплошная пластина, пластины с одним, либо двумя круглыми отверстиями, а также, для сравнения, с одной, либо двумя жесткими вставками. У каждой из пластин одна из граней считалась жестко заземленной, к остальным граням прикладывались нормальные и касательные нагрузки. Для исследования чувствительности акустического отклика к изменениям ПН была предложена методика оценки влияния этих величин на динамические характеристики при различных видах нагрузок с помощью введения специальной функции чувствительности. На ее основе был проведен комплексный анализ по выявлению наиболее чувствительных режимов приложения нагрузок, частотных диапазонов и областей считывания отклика для каждой из пластин. Выявлено, что наличие отверстий или включений в пластинах при различных видах воздействия существенно меняет деформационную картину и местоположение областей, в которых наиболее эффективно измерять акустический отклик. Полученные в процессе анализа результаты были систематизированы и обобщены, что позволило дать практические рекомендации по выбору наиболее эффективных режимов зондирования для каждого вида пластин. Полученные результаты будут использованы при решении соответствующих двумерных коэффициентных обратных задач идентификации двумерных законов распределения трех компонент ПН в сплошных и имеющих отверстия и включения пластинах.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №18-71-10045, <https://rscf.ru/project/18-71-10045/>.

Список литературы

1. Ватульян, А. О. Предварительные напряжения: моделирование и идентификация : монография / А. О. Ватульян, В. В. Дударев, Р. Д. Недин. – Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2015. – 206 с. – ISBN 978-5-9275-1507-3.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН СДВИГА В ФУНКЦИОНАЛЬНО ГРАДИЕНТНОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ С ПРИГРАНИЧНОЙ ЛОКАЛИЗАЦИЕЙ ЗОНЫ НЕОДНОРОДНОСТИ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

Болнокин В.Е.¹, д-р техн. наук, проф.,

Глухов А.А.², Сторожев В.И.², д-р техн. наук, проф.

¹ФГБУН «Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН», г. Москва, РФ

²ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

stvi@donnu.ru

Введение. При анализе закономерностей распространения локализованных упругих волн вдоль слоя-пласта, заключенного между упругими полупространствами горных пород, адекватным практике является применение моделей описания физико-механических свойств материалов рассматриваемых составных тел, как трансверсально-изотропных функционально-градиентных геоматериалов [1–3] с осью изотропии и с направлением непрерывной неоднородности, ориентированными вдоль толщиной координаты слоя, а также с локализацией областей выраженной неоднородности материалов вблизи граничных контактных поверхностей слоя и полупространств. Применительно к таким моделям необходимо введение отвечающих указанным условиям описаний для функциональных координатных зависимостей в представлениях параметров плотности и упругих постоянных материалов. В частности, с целью обеспечения возможностей эффективного исследования моделей волнового деформирования непрерывно неоднородных сред, подобные зависимости для материалов полупространств целесообразно выбирать в экспоненциальной форме [4] с выполнением условия асимптотического стремления к константе в бесконечно удаленной точке, и при введении соответствующих конкретных зависимостей этого типа должен эффективно реализоваться процесс аналитического интегрирования соответствующих волновых уравнений.

С учетом представленных соображений, целью данной работы является получение и интегрирование уравнения распространения волн сдвига в функционально-градиентном трансверсально-изотропном полупространстве [5] с приграничной локализацией зоны непрерывной неоднородности физико-механических свойств, описываемой зависимостью экспоненциального типа.

Получение уравнения распространения волн сдвига в упругом полупространстве с локализацией зоны неоднородности физико-механических свойств. Рассматривается вариант описания параметров физико-механических свойств полубесконечного массива трансверсально-

изотропного геоматериала, отнесенного к прямоугольным координатам $Ox_1x_2x_3$ с ориентированными вдоль Ox_3 осью изотропии и направлением непрерывной неоднородности, в виде

$$\rho = \rho_0 \cdot \varphi(\lambda, \beta, x_3), c_{ij} = c_{ij0} \cdot \varphi(\lambda, \beta, x_3) \quad (ij = 11, 12, 13, 33, 44), \quad (1)$$

$$\varphi(\lambda, \beta, x_3) = \exp(\lambda \exp(-\beta x_3)),$$

где λ, β – действительные значения параметров неоднородности; $\beta > 0$ при $x_3 > 0$ и $\beta < 0$ при $x_3 < 0$.

При таком варианте описания закона неоднородности для соответствующих полупространств, в их глубине

$$c_{ij} \rightarrow c_{ij0}, \rho \rightarrow \rho_0,$$

а при малых значениях толщинной координаты формируется описание неоднородности в приграничной зоне контакта полубесконечных массивов с пластом, определяемой совокупностью параметров λ, β .

В случае распространения в плоскости изотропии рассматриваемого массива горизонтально поляризованных сдвиговых упругих волн, для комплексных функций волновых перемещений $u_2(x_3, t)$ и напряжений σ_{12}, σ_{23} в поле сдвиговых волн могут быть введены представления

$$u_2 = f(x_3) \cdot \exp(i\omega t - kx_1), \sigma_{12} = c_{66} \partial_1 u_2, \sigma_{23} = c_{44} \partial_3 u_2, \quad (2)$$

при подстановке которых в соответствующее уравнение движения сплошной среды

$$\partial_1 \sigma_{12} + \partial_3 \sigma_{23} - \rho i i_2 = 0, \quad \partial_j = \partial / \partial x_j, \quad (3)$$

с учетом

$$\partial_3 \sigma_{23} = c_{440} e^{\lambda e^{-\beta x_3}} e^{-\beta x_3} (-\lambda \beta) f' + c_{440} e^{\lambda e^{-\beta x_3}} f'', \quad (4)$$

можно получить обыкновенное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами для определения функции $f(x_3)$

$$-k^2 c_{660} f(x_3) - c_{440} \lambda \beta e^{-\beta x_3} f' + c_{440} f'' - \rho_0 \omega^2 f = 0. \quad (5)$$

После преобразования уравнения (5) к унифицированному виду

$$f'' + \alpha f = \gamma e^{-\beta x_3} f',$$

где

$$\alpha = (\rho_0 \omega^2 - c_{440} k^2) / c_{440}, \quad \gamma = \lambda \beta, \quad (6)$$

для его интегрирования применяется метод последовательных приближений, представляемый алгоритмом

$$f = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_p + \dots, \quad (7)$$

$$f_0'' + \alpha f_0 = 0, \quad f_2'' + \alpha f_2 = \gamma e^{-\beta x_3} f_1', \quad \dots, \quad f_p'' + \alpha f_p = \gamma e^{-\beta x_3} f_{p-1}', \quad \dots$$

На исходном этапе реализации этого алгоритма записывается выражение

$$f_0 = c_+ e^{\delta x_3} + c_- e^{-\delta x_3}, \quad \delta = i\alpha^{1/2},$$

с произвольными коэффициентами c_+, c_- и далее, соответственно, строятся два базисных частных решения (5), отвечающие выбору $f_0 = e^{\delta x_3}$ или $f_0 = e^{-\delta x_3}$.

Для первого варианта выбора f_0 в результате применения алгоритма (7) могут быть получены представления

$$f_1 = A_1 e^{(\delta-\beta)x_3}, f_2 = A_2 e^{(\delta-2\beta)x_3}, \dots, f_p = A_p e^{(\delta-p\beta)x_3}, \dots, \quad (8)$$

в которых

$$A_1 = \gamma \delta ((\delta - \beta)^2 + \alpha)^{-1}, A_2 = A_1 \gamma (\delta - \beta) ((\delta - 2\beta)^2 + \alpha)^{-1}, \dots, \quad (9)$$

$$A_p = A_{p-1} \gamma (\delta - (p-1)\beta) ((\delta - p\beta)^2 + \alpha)^{-1}.$$

Таким образом, для ряда, представляющего первое базисное частное решение (5), может быть записано явное аналитическое представление

$$f_+(x_3) = e^{\delta x_3} + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma^n \left[\prod_{p=1}^n (\delta - (p-1)\beta) ((\delta - p\beta)^2 + \alpha)^{-1} \right] e^{(\delta-n\beta)x_3}. \quad (10)$$

Второе базисное решение (5) имеет представление вида (10) с заменой параметра δ на $-\delta$.

Для верификации полученных представлений решений обыкновенного дифференциального уравнения (5) в экспоненциальных рядах реализовано сопоставление результатов численного суммирования (10) и результатов численного интегрирования уравнения (5) с использованием встроенной процедуры пакета Maple. Оно указывает на высокую точность соответствия получаемых результатов расчетов, и позволяют использовать полученные представления волновых функций при построении дисперсионных соотношений для волн исследуемого типа.

Заключение. В аналитической форме получены представления для амплитудных функций волн сдвига в функционально-градиентном трансверсально-изотропном полупространстве с описываемой зависимостью экспоненциального типа приграничной локализацией зоны непрерывной неоднородности физико-механических свойств, позволяющие усовершенствовать методику анализа закономерностей распространения локализованных упругих волн вдоль слоя-пласта, заключенного между упругими полупространствами горных пород

Список литературы

1. Капитонов, А. М. Физические свойства горных пород западной части Сибирской платформы / А. М. Капитонов, В. Г. Васильев. – Красноярск: Сибирский фед. ун-т, 2011. – 424 с.
2. Birman, V. Modeling and Analysis of Functionally Graded Materials and Structures / V. Birman V., L. W. Byrd // Appl. Mech. Rev. – 2007. – Vol. 60, N 5. – P. 195–216.
3. FGM: Design, processing and applications / Y. Miyamoto, W. A. Kaysser, B. H. Rabin et al. – Dordrecht: Kluwer Academic, 1999. – 434 p.
4. Yang, Y.-H. Non-destructive detection of a circular cavity in a finite functionally graded Material layer using anti-plane shear waves / Y.-H. Yang, L.-Z. Wu, X.-Q. Fang // J. Nondestructive Eval. – 2010. – Vol. 29. – P. 233–240.
5. Бирюков, С. В. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах / С. В. Бирюков, Ю. В. Гуляев, В. В. Крылов, В. П. Плесский. – М.: Наука, 1991. – 414 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОНТРАСТНОСТИ КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН В ПРИЗМАТИЧЕСКИХ ОРТОТРОПНЫХ ВОЛНОВОДАХ ТРЕУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С РАЗБРОСАМИ ЗНАЧЕНИЙ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

*Болнокин В.Е.*¹, д-р техн. наук, проф.,
*Номбре С.Б.*², канд. физ.-мат. наук, доц.,
*Сторожев С.В.*², канд. экон. наук, доц.

¹ФГБУН «Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН», г. Москва, РФ

²ГОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,

г. Макеевка, РФ

s.storozhev@donnasa.ru

Введение. Теоретический анализ закономерностей распространения нормальных волн деформаций вдоль протяженных пространственных призматических упругих тел – волноводов многоугольного сечения относится к важным в фундаментальном отношении задачам динамики деформируемых сред, связанным также с прикладными запросами целого ряда высокотехнологичных отраслей, в числе которых можно указать акустоэлектронику, ультраакустическую дефектоскопию, акусто-диагностику, а также с проектными расчетами при конструировании машин и строительных сооружений [1]. При относительно узком круге выполненных по этой проблеме исследований, рассмотренные модели являются детерминистическим, и в них не предусматривается учет влияния эффектов неопределенности в виде разбросов экспериментальных значений физико-механических параметров материалов рассматриваемых волноводов либо их вариаций в пределах технологических допусков. Модели такого типа на данный момент не имеют вероятностно-стохастических обобщений для анализа влияния неконтрастности исходных параметров [2]. В этой связи, целью настоящей работы является получение оценок разбросов значений параметров критических частот для мод квазипродольных нормальных волн призматических ортотропных волноводах треугольного сечения при учете неопределенности свойств материала волновода и геометрического параметра сечения с применением методов теории нечетких множеств [3].

Соотношение детерминистической версии модели. Получение соотношения, описывающего критические частоты для мод квазипродольных нормальных волн в прямолинейно-ортотропных призматических волноводах неограниченной протяженности с сечениями в форме равносторонних треугольников, дано в работе [4]. При его получении используется прием введения системы треугольных координат

[5], позволяющий эффективно записывать уравнения границ сечения волновода и получать представления решений волнового уравнения, удовлетворяющие заданным типам граничных условий. В частности, согласно [4], для волновода с жестко закрепленными боковыми граничными плоскостями значения круговых критических частот ω_{mn} описываются представлением вида

$$\omega_{mn}(R, \rho, c_{44}, c_{55}) = 3^{-3/2} \pi R^{-1} \rho^{-1/2} ((3c_{44} + c_{55})(m^2 + n^2) + 2(3c_{44} - c_{55})mn)^{1/2}, \quad (1)$$

в котором R – геометрический масштабный параметр равностороннего треугольного сечения; ρ – плотность материала волновода; c_{44}, c_{55} – упругие постоянные материала волновода; m, n – натуральные числовые параметры, определяющие форму колебаний сечения на критической частоте. Соотношение (1) характеризует множество критических частот, на которых колебания точек сечения имеют ориентацию вдоль оси волновода. Дальнейшей оценке подлежат возможные уровни разбросов в значениях ω_{mn} при задаваемых характеристиках возможных отклонений для значений неконтрастных исходных величин R, ρ, c_{44}, c_{55} .

Нечетко-множественное описание неконтрастных параметров критических частот. В рамках предлагаемого алгоритма определения характеристик неконтрастности критических частот для исходных и результирующих параметров рассматриваемой модели вводятся нечетко-множественные представления $\tilde{R}, \tilde{\rho}, \tilde{c}_{44}, \tilde{c}_{55}, \tilde{\omega}_{mn}$ в виде разложений по множествам α -уровня [3]

$$\tilde{R} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [R_\alpha, \bar{R}_\alpha], \quad \tilde{\rho} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\rho}_\alpha, \bar{\rho}_\alpha], \quad \tilde{c}_{44} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [c_{44\alpha}, \bar{c}_{44\alpha}], \quad \tilde{c}_{55} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [c_{55\alpha}, \bar{c}_{55\alpha}]; \quad (2)$$

$$\tilde{\omega}_{mn} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\omega_{mn\alpha}, \bar{\omega}_{mn\alpha}]. \quad (3)$$

Для неконтрастных исходных параметров при их нечетко-интервальном описании

$$\underline{R}_\alpha = R_1(1-\alpha) + R_2\alpha, \quad \bar{R}_\alpha = R_3(1-\alpha) + R_4\alpha; \quad \underline{\rho}_\alpha = \rho_1(1-\alpha) + \rho_2\alpha, \quad \bar{\rho}_\alpha = \rho_3(1-\alpha) + \rho_4\alpha; \quad (4)$$

$$\underline{c}_{44\alpha} = c_{441}(1-\alpha) + c_{442}\alpha, \quad \bar{c}_{44\alpha} = c_{443}(1-\alpha) + c_{444}\alpha;$$

$$\underline{c}_{55\alpha} = c_{551}(1-\alpha) + c_{552}\alpha, \quad \bar{c}_{55\alpha} = c_{553}(1-\alpha) + c_{554}\alpha;$$

а при описании нечеткими гауссовыми числами

$$\underline{R}_\alpha = R_* - R_{*l}(\ln \alpha^{-2})^{1/2}, \quad \bar{R}_\alpha = R_* + R_{*r}(\ln \alpha^{-2})^{1/2};$$

$$\underline{\rho}_\alpha = \rho_* - \rho_{*l}(\ln \alpha^{-2})^{1/2}, \quad \bar{\rho}_\alpha = \rho_* + \rho_{*r}(\ln \alpha^{-2})^{1/2};$$

$$\underline{c}_{44\alpha} = c_{44*} - c_{44*l}(\ln \alpha^{-2})^{1/2}, \quad \bar{c}_{44\alpha} = c_{44*} + c_{44*r}(\ln \alpha^{-2})^{1/2};$$

$$\underline{c}_{55\alpha} = c_{55*} - c_{55*l}(\ln \alpha^{-2})^{1/2}, \quad \bar{c}_{55\alpha} = c_{55*} + c_{55*r}(\ln \alpha^{-2})^{1/2}.$$

С учетом справедливых в области определения параметров функционального соотношения (1) свойств

$$\partial \omega_{mn}(R, \rho, c_{44}, c_{55}) / \partial R < 0, \quad \partial \omega_{mn}(R, \rho, c_{44}, c_{55}) / \partial \rho < 0, \quad (6)$$

$$\partial \omega_{mn}(R, \rho, c_{44}, c_{55}) / \partial c_{44} > 0, \quad \partial \omega_{mn}(R, \rho, c_{44}, c_{55}) / \partial c_{55} > 0,$$

на основе модифицированного α -уровневого принципа обобщения [3] для величин $\underline{\omega}_{mn\alpha}$, $\bar{\omega}_{mn\alpha}$ в выражении (3) записываются представления

$$\begin{aligned}\underline{\omega}_{mn\alpha} &= 3^{-3/2} \pi \bar{R}_\alpha \bar{\rho}_\alpha^{-1} \left((3\bar{c}_{44\alpha} + \bar{c}_{55\alpha})(m^2 + n^2) + 2(3\bar{c}_{44\alpha} - \bar{c}_{55\alpha})mn \right)^{1/2}, \\ \bar{\omega}_{mn\alpha} &= 3^{-3/2} \pi \underline{R}_\alpha \underline{\rho}_\alpha^{-1/2} \left((3\underline{c}_{44\alpha} + \underline{c}_{55\alpha})(m^2 + n^2) + 2(3\underline{c}_{44\alpha} - \underline{c}_{55\alpha})mn \right)^{1/2}.\end{aligned}\quad (7)$$

Соотношения (3), (7) дают описание искомым нечетких оценок.

Расчетный анализ неконтрастных критических частот. В качестве варианта численной реализации предложенного подхода рассмотрен расчет неконтрастных критических частот квазипродольных волн для волновода из монокристалла кремния с заданием нечетко-множественных исходных параметров в виде трапецеидальных нечетких интервалов либо в виде несимметричных гауссовых:

$$\tilde{c}_{44} = (98c_{**}, 101c_{**}, 102c_{**}, 104c_{**}), \quad \tilde{c}_{55} = (77c_{**}, 79c_{**}, 80c_{**}, 82c_{**}), \quad (8)$$

$$\tilde{\rho} = (2.30\rho_{**}, 2.32\rho_{**}, 2.33\rho_{**}, 2.34\rho_{**}); \quad \tilde{R} = (3.98R_{**}, 4.00R_{**}, 4.01R_{**}, 4.03R_{**})$$

$$c_{44*} = 101.5c_*, \quad c_{44*l} = 3.5c_{**}, \quad c_{44*r} = 2.5c_{**}; \quad c_{55*} = 101.5c_*, \quad c_{55*l} = 2.5c_{**}, \quad c_{55*r} = 2.5c_{**}; \quad (9)$$

$$R_* = 4.05R_{**}, \quad R_{*l} = 0.025R_{**}, \quad R_{*r} = 0.03R_{**}; \quad \rho_* = 2.325\rho_{**}, \quad \rho_{*l} = 0.025\rho_{**}, \quad \rho_{*r} = 0.015\rho_{**};$$

$$c_{**} = 10^9 [\text{Па}], \quad \rho_{**} = 10^3 [\text{кг/м}^3], \quad R_{**} = 10^{-3} [\text{м}];$$

Результаты расчетов функции принадлежности для $\tilde{\omega}_{11}$ при этих неконтрастных параметрах соответственно приведены на рисунках 1 и 2.

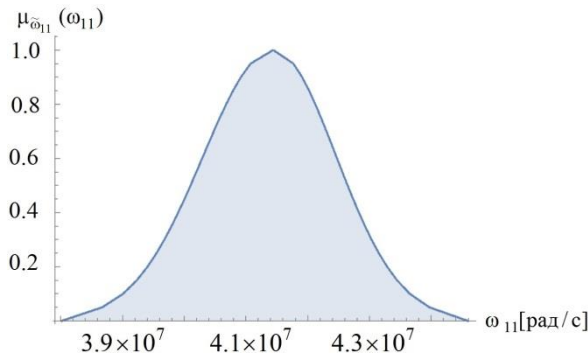


Рис. 1. Вид $\mu_{\tilde{\omega}_{11}}(\omega_{11})$ для параметров (8)

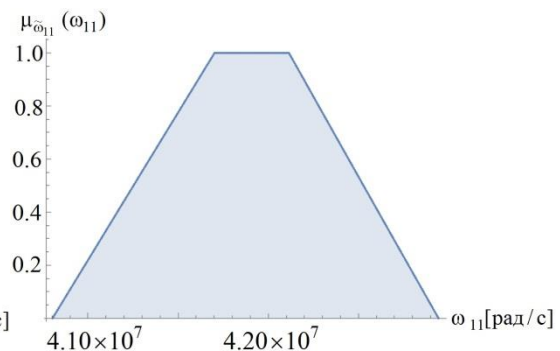


Рис. 2. Вид $\mu_{\tilde{\omega}_{11}}(\omega_{11})$ для параметров (9)

Из них в частности, следует, что медианное значение $\tilde{\omega}_{11}$ (рис. 1) и модальное значение величины $\tilde{\omega}_{11}$, представленной на рисунке 2, имеют малые различия.

Список литературы

1. Elastic waveguides: history and the state of art. II. / V. V. Meleshko, A. A. Bondarenko, S. A. Dovgiy et al. // Journal of Mathematical Sciences. – 2009. – Vol. 162 (1). – P. 99–120.
2. Ломакин, В.А. Статистические задачи механики твердых деформируемых тел / В.А. Ломакин. – М.: ЛЕНАНД, 2014. – 144 с.
3. Нгуен, Куок Ши. Исследование моделей высокотемпературной термостабилизации с нечеткими параметрами / Нгуен Куок Ши, Чан Ба Ле Хоанг, С.В. Сторожев. – Yelm, WA, USA: Sci. Book Publish. House, 2019. – 216 с.

4. Моисеенко, И. А. Подмножества критических частот нормальных волн в ортотропном призматическом волноводе равностороннего треугольного сечения / И. А. Моисеенко, В. И. Сторожев, М. Н. Чернов // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2014. – № 2. – С. 49–53.
5. McCartin, B. J. Eigenstructure of the Discrete Laplacian on the Equilateral Triangle: The Dirichlet & Neumann Problems / B. J. McCartin // Applied Mathematical Sciences. – 2010. – Vol. 4, No 53. – P. 2633–2646.

УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБОБЩЁННЫХ УСИЛИЙ В ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЕ В РАМКАХ $\{M,N\}$ -АППРОКСИМАЦИИ ПРИ ДЕЙСТВИИ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛЫ, ВЫЗЫВАЮЩЕЙ БЕЗМОМЕНТНОЕ НАПРЯЖЁННОЕ СОСТОЯНИЕ

Бондаренко Н.С., канд. физ.-мат. наук, доц.
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
n.bondarenko@donnu.ru

Введение. Тонкостенные элементы конструкций широко используются в различных отраслях современной промышленности. Они играют важную роль в авиа-, судо-, автомобилестроении и др. При изготовлении конструктивных элементов часто используются новые композиционные материалы, сочетающие высокую прочность и жёсткость с другими полезными свойствами, например, относительно малыми плотностью и теплопроводностью, высокой ударной прочностью и теплостойкостью и т. п. В ряде случаев тонкостенные элементы конструкций работают под воздействием силовых нагрузок, носящих сосредоточенный или локальный характер.

Экспериментальное исследование напряжённо-деформированного состояния (НДС) такого рода конструкций не всегда возможно и не всегда экономически целесообразно, что обуславливает важность теоретических исследований. В связи с этим, разработка уточнённых теорий пластин и оболочек, изготовленных из современных композиционных материалов, несомненно, являются актуальной.

Научный интерес представляет построение и развитие обобщённых теорий пластин и оболочек, учитывающих явления, обусловленные поперечными сдвигами и обжатием. Построение таких теорий базируется на разложении заданных и искомых функций НДС в ряды по ортогональной системе функций от поперечной координаты. Например, широкое распространение получила обобщённая теория в варианте $\{m,n\}$ -аппроксимации, использующая разложения компонент НДС в ряды Фурье по полиномам Лежандра [1, 2].

Постановка задачи. Рассмотрим ортотропную пластину толщины $2h$ в безразмерной декартовой системе координат x_1, x_2 , определённой с точностью до полутолщины пластины h . Предполагаем, что на платину действует сосредоточенная сила, приложенная в начале координат и вызывающая безмоментное напряжённое состояние. В качестве разрешающей взята система дифференциальных уравнений НДС ортотропных пластин на базе обобщённой теории в варианте $\{1,0\}$ -аппроксимации, являющаяся обобщением теории пластин С. П. Тимошенко [2]. Данная система включает в себя:

соотношения упругости в перемещениях:

$$N_1 = B_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x_1} + \nu_{21} \frac{\partial v}{\partial x_2} \right); \quad N_2 = B_2 \left(\frac{\partial v}{\partial x_2} + \nu_{12} \frac{\partial u}{\partial x_1} \right); \quad S_{12} = B_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} \right), \quad (1)$$

где N_1, N_2, S_{12} – обобщённые усилия, являющиеся аналогами мембранных усилий; u, v – обобщённые перемещения пластины, являющиеся аналогами перемещений точек срединной поверхности;

$$B_1 = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \frac{2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad B_2 = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \frac{2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad B_{12} = \frac{2G_{12}}{\sqrt{E_1 E_2}}.$$

Упругие постоянные ортотропного материала пластины таковы: $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \nu_{21}$ – соответственно модули Юнга, модуль сдвига и коэффициенты Пуассона по направлениям x_1, x_2 (при этом $E_2\nu_{12} = E_1\nu_{21}$);

уравнения равновесия в перемещениях, соответствующие случаю действия сосредоточенной силы, приложенной в начале координат:

$$L_{i1}u + L_{i2}v = -q_i^* \delta(x_1, x_2) \quad (i = 1, 2), \quad (2)$$

где $\delta(x_1, x_2)$ – двумерная дельта-функция Дирака; $q_{1,2}^* = \text{const}$; L_{ij} – дифференциальные операторы второго порядка вида

$$L_{11} = B_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + B_{12} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}; \quad L_{12} = L_{21} = B_0 \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}; \quad L_{22} = \frac{\nu_{12} B_1}{\nu_{21}} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + B_{12} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2};$$

$$B_0 = \nu_{21} B_1 + B_{12}.$$

Методика решения задачи. Обобщённые перемещения, представляющие собой фундаментальное решение системы уравнений равновесия в перемещениях (2), найдены в статье [3]. Обобщённые усилия, исходя из системы дифференциальных уравнений (1), (2), построены с помощью двумерного интегрального преобразования Фурье и методики обращения, основанной на применении специальных функций [4]. Выражения для мембранных усилий имеют вид:

$$N_i = \sum_{k=1}^4 a_{ik} \Phi_k \quad (i = 1, 2); \quad S_{12} = \sum_{k=1}^4 a_{3k} \Phi_k, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \sigma_0^2 \left(\frac{\sigma_1 x_1}{\sigma_1^2 x_1^2 + x_2^2} - \frac{\sigma_2 x_1}{\sigma_2^2 x_1^2 + x_2^2} \right); \quad \Phi_2 = \sigma_0^2 \left(\frac{\sigma_2^3 x_1}{\sigma_2^2 x_1^2 + x_2^2} - \frac{\sigma_1^3 x_1}{\sigma_1^2 x_1^2 + x_2^2} \right); \\ \Phi_3 &= \sigma_0^2 \left(\frac{\sigma_2 x_2}{\sigma_2^2 x_1^2 + x_2^2} - \frac{\sigma_1 x_2}{\sigma_1^2 x_1^2 + x_2^2} \right); \quad \Phi_4 = \sigma_0^2 \left(\frac{1}{\sigma_1} \frac{x_2}{\sigma_1^2 x_1^2 + x_2^2} - \frac{1}{\sigma_2} \frac{x_2}{\sigma_2^2 x_1^2 + x_2^2} \right); \\ a_{11} &= \frac{\nu_{21}}{2\pi B_{12}} \left(\frac{B_1 q_1^*}{\nu_{12}} - B_0 q_2^* \right); \quad a_{12} = a_{32} = \frac{q_1^*}{2\pi}; \quad a_{13} = \frac{1}{2\pi B_{12}} \left(\nu_{21} B_1 q_1^* - B_0 q_2^* \right); \\ a_{14} &= \frac{\nu_{21} q_1^*}{2\pi}; \quad a_{21} = \frac{B_2}{2\pi B_1 B_{12}} \left(\frac{\nu_{21}}{\nu_{12}} B_1 q_1^* - B_0 q_2^* \right); \\ a_{22} &= a_{34} = \frac{B_2 q_1^*}{2\pi B_1}; \quad a_{23} = \frac{B_2}{2\pi B_1 B_{12}} \left(B_{12} q_1^* - B_0 q_2^* \right); \\ a_{24} &= \frac{B_2 \nu_{21} q_1^*}{2\pi B_{12} \nu_{12}}; \quad a_{31} = a_{33} = \frac{1}{2\pi B_1} \left(B_{12} q_1^* - B_0 q_2^* \right); \\ \sigma_{1,2}^2 &= \frac{\nu_{21} (E_1/G_{12} - 2\nu_{12}) \mp \sqrt{\nu_{21}^2 (E_1/G_{12} - 2\nu_{12})^2 - 4\nu_{12}\nu_{21}}}{2\nu_{12}}; \quad \sigma_0^2 = \frac{1}{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}. \end{aligned}$$

Проведены численные исследования влияния упругих констант ортотропного материала пластины на мембранные усилия (3). Рассмотрены реальные эпоксидные стеклопластики, значения упругих констант для которых приведены в справочнике [5].

Заключение. Численные исследования показали, что упругие константы ортотропного материала пластины оказывают существенное влияние на обобщённые мембранные усилия. Также установлено, что при проведении прочностных расчётов ортотропных пластин в случае действия сосредоточенных силовых воздействий, целесообразно использовать обобщённую теорию в варианте $\{m,n\}$ -аппроксимации.

Список литературы

1. Marchuk, M. Numerical use of $\{m,n\}$ -approximation method thermoelastic anisotropic thin shell theory equations represented in a special form / M. Marchuk, R. Tuchapskyu, D. Nespliak // Computers & Mathematics with Applications. – 2019. – Vol. 77, Iss. 10. – P. 2740–2763.
2. Пелех, Б. Л. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений / Б. Л. Пелех, В. А. Лазько. – Киев : Наукова думка, 1982. – 296 с.
3. Бондаренко, Н. С. Определение обобщённых перемещений в ортотропной пластине при действии сосредоточенной силы на базе $\{1,0\}$ -аппроксимации / Н. С. Бондаренко // Труды МФТИ. – 2021. – Т. 13, № 1. – С. 89–95.
4. Хижняк, В. К. Смешанные задачи теории пластин и оболочек / В. К. Хижняк, В. П. Шевченко. – Донецк : ДонГУ, 1980. – 128 с.
5. Ашкенази, Е. К. Анизотропия конструкционных материалов : справ. / Е. К. Ашкенази, Э. В. Ганов. – Ленинград : Машиностроение, 1980. – 247 с.

**ФУНДАМЕНТАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИЗГИБА
ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ НАЛИЧИИ
«ГИПОТЕТИЧЕСКОГО» МОДУЛЯ СДВИГА
НА БАЗЕ ОБОБЩЁННОЙ ТЕОРИИ**

Бондаренко Н.С., канд. физ.-мат. наук, доц.
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
n.bondarenko@donnu.ru

Введение. В современном машино-, авиа-, кораблестроении, в промышленном и гражданском строительстве широко применяются тонкостенные элементы конструкций (пластины и оболочки). Наличие в таких элементах конструкций концентраторов напряжений, в частности, сосредоточенных силовых воздействий, вносит дополнительные сложности в проведение для них прочностных расчётов.

Ряд публикаций последних лет посвящён построению решения задач для пластин, подверженных действию сосредоточенных или локальных силовых воздействий. Например, в статье [1] рассматривается метод решения задачи о действии вертикальной силы, движущейся по произвольному закону, на бесконечную пластину.

Решения, полученные на основе классической модели теории пластин и оболочек, содержат ряд противоречий и в некоторых случаях приводят к физически не обоснованным выводам [2]. Поэтому актуальным является построение уточнённых теорий, менее «жёстких», чем классическая теория, и позволяющих учесть явления, связанные с поперечными сдвигами и обжатием, характерные для современных композиционных материалов.

В настоящей работе используется обобщённая теория пластин в варианте $\{1,0\}$ -аппроксимации, основанная на методе И. Н. Векуа разложения искомого и заданных функций в ряды Фурье по полиномам Лежандра от поперечной координаты [3].

Постановка задачи. Рассмотрим ортотропную пластину толщины $2h$. На пластину действует сосредоточенная сила, приложенная в начале координат и вызывающая состояние изгиба.

Отнесём пластину к прямоугольной декартовой системе безразмерных координат x_1, x_2, x_3 , определённых с точностью до h . Разрешающая система уравнений $\{1,0\}$ -аппроксимации для состояния изгиба, приведена в монографии [3], откуда следует система уравнений равновесия в перемещениях:

$$L_{i1}^* \gamma_1 + L_{i2}^* \gamma_2 + L_{i3}^* w_0 = -m_i^* \delta(x_1, x_2) \quad (i = 1, 2);$$

$$L_{31}^* \gamma_1 + L_{32}^* \gamma_2 + L_{33}^* w_0 = q^* \delta(x_1, x_2), \quad (1)$$

где γ_1, γ_2, w_0 – обобщённые перемещения, причём γ_1, γ_2 являются аналогами углов поворота нормали, w_0 – аналог прогиба; $\delta(x_1, x_2)$ – двумерная дельта-функция Дирака; $m_{1,2}^* = \text{const}$; $q^* = \text{const}$; L_{ij}^* – дифференциальные операторы второго порядка ($L_{ij}^* = L_{ji}^*$) вида

$$\begin{aligned} L_{11}^* &= D_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + D_{12} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \Lambda_1; \quad L_{12}^* = (v_{21} D_1 + D_{12}) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}; \quad L_{13}^* = -\Lambda_1 \frac{\partial}{\partial x_1}; \\ L_{22}^* &= D_{12} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + D_2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \Lambda_2; \quad L_{23}^* = -\Lambda_2 \frac{\partial}{\partial x_2}; \quad L_{33}^* = -\left(\Lambda_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \Lambda_2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right); \\ D_1 &= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \frac{1}{1 - v_{12} v_{21}}; \quad D_2 = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \frac{1}{1 - v_{12} v_{21}}; \quad D_{12} = \frac{2G_{12}}{3E}; \\ \Lambda_1 &= \frac{5G_{13}}{3E}; \quad \Lambda_2 = \frac{5G_{23}}{3E}; \quad E = \sqrt{E_1 E_2}; \end{aligned}$$

E_1, E_2 – модули Юнга для растяжения (сжатия) вдоль главных направлений упругости x_1 и x_2 ; G_{12}, G_{13}, G_{23} – модули сдвига, характеризующие изменение углов между главными направлениями x_1 и x_2 ; x_1 и x_3 ; x_2 и x_3 соответственно; $v_{12}, v_{21}, v_{13}, v_{31}, v_{23}, v_{32}$ – коэффициенты Пуассона, характеризующие поперечные изменения.

Между упругими постоянными ортотропного материала существует зависимость $E_2 v_{12} = E_1 v_{21}$.

В статье [4] введён в рассмотрение «гипотетический» модуль сдвига

$$G_{12} = \frac{\sqrt{E_1 E_2}}{2(1 + \sqrt{v_{12} v_{21}})}, \quad (2)$$

а также показано, что наличие «приведённой» ортотропии (2) позволяет упростить исходные дифференциальные уравнения и вид их решений.

Методика решения задачи. Фундаментальное решение системы (1) получено с использованием двумерного интегрального преобразования Фурье и методики обращения, основанной на применении специальной G -функции [5]. При проведении преобразований предполагалось, что имеет место соотношение (2).

Решение системы дифференциальных уравнений (1) имеет вид:

$$\gamma_i = \sum_{k=0}^{11} \alpha_{ik} \Psi_k \quad (i=1, 2); \quad w_0 = \sum_{k=0}^{11} \alpha_{3k} \Psi_k, \quad (3)$$

где выражения для функций $\Psi_0 - \Psi_6$ получены в замкнутом виде, например,

$$\Psi_1 = -\frac{1}{\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}\sqrt[4]{A_1A_2}} \frac{r^2}{4} \left(\frac{1}{2} - \ln \frac{\gamma r}{2} \right); \quad r = \sqrt{\frac{x_1^2}{\Lambda_1\sqrt{A_1}} + \frac{x_2^2}{\Lambda_2\sqrt{A_2}}};$$

$$A_1 = \frac{D_1}{\Lambda_1^2}; \quad A_2 = \frac{D_2}{\Lambda_2^2}; \quad \ln \gamma = 0,5772\dots,$$

а выражения для $\Psi_7 - \Psi_{11}$ содержат ряды по специальным G -функциям, например,

$$\Psi_7 = -\frac{2I_{7,0}}{\pi\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}A_0^2} \left\{ \ln \frac{\gamma r_0}{2} + G_{0,0}(A_0 r_0) \right\} - \frac{r_0^2}{\pi\sqrt{\Lambda_1\Lambda_2}} \sum_{n=1}^{\infty} I_{7,n} \cos 2n\varphi_0 G_{n+1,n-1}(A_0 r_0);$$

$$I_{7,n} = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \theta \cos 2n\theta d\theta}{\left(\sqrt{A_1} \cos^2 \theta + \sqrt{A_2} \sin^2 \theta \right)^2}; \quad r_0 = \sqrt{\frac{x_1^2}{\Lambda_1} + \frac{x_2^2}{\Lambda_2}}; \quad \cos \varphi_0 = \frac{x_1}{\sqrt{\Lambda_1} r_0};$$

$$\sin \varphi_0 = \frac{x_2}{\sqrt{\Lambda_2} r_0}; \quad A_0 = \sqrt{\frac{\Lambda_1\Lambda_2}{D_{12}}}; \quad G_{0,0}(z) = K_0(z);$$

$$G_{n+1,n-1}(z) = \frac{4}{z^2} K_{2n}(z) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n+1} (-1)^{n+k} \frac{\Gamma(n+k-1)}{(n-k+1)!} \left(\frac{2}{z} \right)^{2k} \quad (n=1, 2, 3, \dots);$$

$K_\nu(z)$ – функция Макдональда.

Коэффициенты α_{ik} в соотношениях (3) зависят от упругих констант ортотропного материала пластины.

Заключение. Впервые для случая «приведённой» ортотропии найдено в аналитическом виде фундаментальное решение задачи изгиба ортотропной пластины при действии сосредоточенной силы, на базе обобщённой теории в варианте $\{1,0\}$ -аппроксимации.

Список литературы

1. Галабурдин, А. В. Действие вертикальной силы, движущейся по произвольному закону, на бесконечную пластину / А. В. Галабурдин // *Advanced Engineering Research*. – 2021. – Т. 21, № 3. – С. 239–246.
2. Аннин, Б. Д. Неклассические модели теории пластин и оболочек / Б. Д. Аннин, Ю. М. Волчков // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2016. – Т. 57, № 5. – С. 5–14.
3. Пелех, Б. Л. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений / Б. Л. Пелех, В. А. Лазько. – Киев : Наукова думка, 1982. – 296 с.
4. Артюхин, Ю. П. Расчет однослойных и многослойных ортотропных оболочек на локальные нагрузки / Ю. П. Артюхин // *Исслед. по теор. пластин и оболочек*. – 1966. – Вып. 4. – С. 91–110.
5. Хижняк, В. К. Смешанные задачи теории пластин и оболочек / В. К. Хижняк, В. П. Шевченко. – Донецк : ДонГУ, 1980. – 128 с.

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЕ С ТЕПЛОИЗОЛИРОВАННЫМ РАЗРЕЗОМ

Гольцев А.С., д-р физ.-мат. наук, проф.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

a.goltsev@donnu.ru

Введение. Многие современные установки, в частности паровые и газовые турбины, реактивные и ракетные двигатели, ядерные реакторы и т.д., работают в условиях неравномерного нестационарного нагрева, что приводит к неодинаковым тепловым расширениям их конструктивных частей. Возникающие температурные напряжения могут привести к появлению трещин и, как следствие, к разрушению конструкции. Для оценки несущей способности элементов таких конструкций необходимо решать задачи теплопроводности и термоупругости для элементов конструкций с трещинами, математической моделью которых являются разрезы. Компьютерная модель, рассматриваемая в данной работе, служит практическим шагом в реализации перечисленных задач.

Основная часть. Рассмотрим тонкую изотропную пластину толщиной $2h$, находящуюся в тепловом контакте с внешней средой нулевой температуры. Пластина находится в условиях симметричного теплообмена с внешней средой, когда параметры теплообмена на верхней и нижней лицевых поверхностях пластины одинаковы. В пластине распространяется однородный тепловой поток перпендикулярно линии прямолинейного разреза L . В этом случае температура пластины (t) не изменяется по толщине и определяется лишь средней температурой (T_1) [1, 2].

$$t(x, y, z) = T_1(x, y); \quad T_1(x, y) = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h t(x, y, z) dz.$$

Температурное поле в пластине с разрезом представим в виде суммы основного (T^0), соответствующего сплошной пластине без разреза, и возмущённого (T) температурного поля, вызванного наличием разреза. Для определения возмущённого температурного поля необходимо использовать однородное уравнение теплопроводности изотропных пластин [3]. В безразмерной системе координат x_i ($i = \overline{1,3}$), определённой с точностью до величины h , оно имеет следующий вид [1, 3]:

$$\Delta T(x_1, x_2) - \mu_1 T(x_1, x_2) = 0, \quad (1)$$

где Δ – оператор Лапласа, $\mu_1 = Bi$ – критерий Био на лицевых поверхностях $x_3 = \pm 1$.

Предполагаем, что разрез является теплоизолированным, то есть тепло не распространяется через линию разреза. Тогда уравнение (1) должно решаться совместно с граничным условием на линии разреза, которое записывается следующим образом:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_L = - \left. \frac{\partial T^0}{\partial n} \right|_L, \quad (2)$$

где n – нормаль к линии разреза.

Применяя двумерное интегральное преобразование Фурье к уравнению (1) находим интегральное представление температуры T и её производных с учётом разрывного характера этой функции на линии разреза. Подставляя найденное интегральное представление для производных в граничное условие (2), получаем следующее сингулярное интегральное уравнение типа Коши для разреза длиной $L=2$, расположенного на оси x_1 с центром в начале координат [3]:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \left\{ \frac{1}{x-y} + K(x,y) \right\} \psi(x) dx = - \frac{\partial T^0}{\partial n}(y), \quad (3)$$

$$\psi(x) = \frac{d[T]}{dx}, \quad |y| < 1,$$

где $[T]$ – скачок температуры T на линии разреза, $K(x,y)$ – ядро интегрального уравнения.

Уравнение (3) решается численно методом механических квадратур или методом Мультиппа. После его решения с помощью численного интегрирования функции $\psi(x)$ находится скачок температуры $[T]$ на линии разреза. Далее используется интегральное представление для температуры, которое в данном случае имеет следующий вид:

$$T(x_1, x_2) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 D(x_1 - s, x_2) [T](s) ds, \quad (4)$$

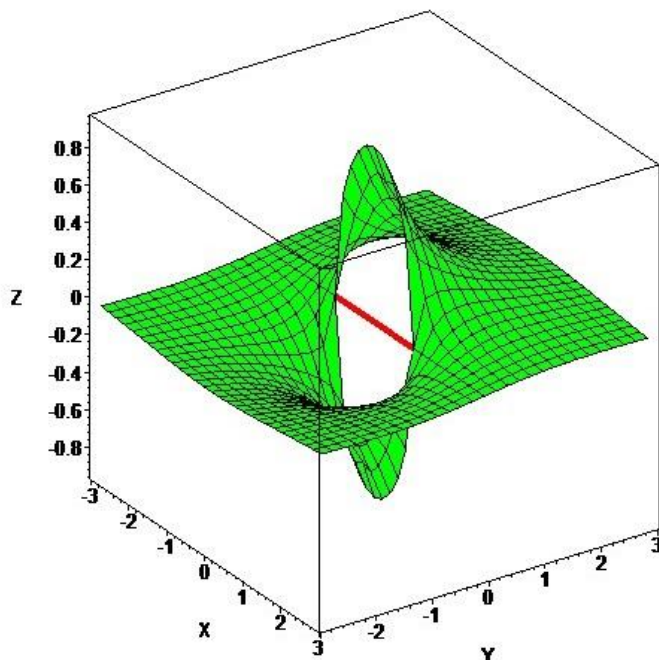
где $D(x_1 - s, x_2)$ – разностное ядро интегрального представления температуры. Интегрирование в формуле (4) осуществляется численно с использованием классической квадратурной формулы Гаусса.

С использованием формулы (4) находится возмущённое температурное поле в локальной окрестности линии разреза. Найденное температурное поле можно представить в виде трёхмерной поверхности в окрестности разреза.

Для визуализации распределения возмущённой температуры при действии однородного температурного потока основного температурного поля использованы возможности системы компьютерной математики Maple [4]. Графическая структура трёхмерной графики типа GRID, входящая в опции команды PLOT3D, позволяет отобразить заданную

поверхность над участком координатной плоскости, ограниченной отрезками вдоль координатных осей.

Пример визуализации возмущённого температурного поля в квадрате 6×6 при действии единичного градиента основного температурного поля, представлен на рисунке.



Предполагался средний уровень теплообмена с окружающей средой $Bi = 0,1$. Линия разреза на рисунке выделена красным цветом.

Построенная компьютерная модель наглядно демонстрирует характер распределения возмущённого температурного поля в окрестности линии разреза. Чётко представлен скачок температурного поля и локальный характер возмущённого температурного поля, которое убывает при удалении от линии разреза.

Заключение. Построенная компьютерная модель позволяет наглядно демонстрировать особенности распределения возмущённой температуры в пластинах с теплоизолированным разрезом при наличии в пластине тепловых потоков.

Список литературы

1. Подстригач, Я. С. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках / Я. С. Подстригач, Ю. М. Коляно. – Киев : Наукова думка, 1972. – 308 с.
2. Подстригач, Я. С. Обобщённая термомеханика / Я. С. Подстригач, Ю. М. Коляно. – Киев : Наукова думка, 1976. – 311 с.
3. Методические указания к теме «Сингулярные интегральные уравнения в краевых задачах теории пластин и оболочек» / Сост.: А. С. Гольцев, В. А. Цванг. – Донецк : ДонГУ, 1992. – 25 с.
4. Дьяконов, В. П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчётах / В. П. Дьяконов. – Москва : ДМК Пресс, 2011. – 800 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНКИ С ОТВЕРСТИЯМИ И ТРЕЩИНАМИ

Калоеров С.А., д-р физ.-мат. наук, проф.,

Миرونенко А.Б., канд. физ.-мат. наук,

Глушанков Е.С., канд. физ.-мат. наук

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

kaloerov@mail.ru

Элементами многих конструкций современной промышленности изготавливаются из анизотропных пластин, имеющих по различным причинам отверстия и трещины, вблизи которых в процессе эксплуатации конструкций возникают высокие концентрации напряжений, что нужно учитывать при проектировании конструкций. Наиболее надежные результаты по определению таких концентраций дают методы, использующие комплексные потенциалы теории упругости анизотропного тела. Здесь с использованием комплексных потенциалов, представления голоморфных функций рядами Лорана и по полиномам Фабера и удовлетворением граничным условиям на контурах обобщенным методом наименьших квадратов задача об определении напряженно-деформированного состояния пластинки сведена к решению переопределенной системы линейных алгебраических уравнений методом сингулярных разложений. Численные исследования проведены для прямоугольной пластинки с отверстиями и трещинами, в том числе выходящими на контуры отверстий и на внешний контур.

Постановка и метод решения задачи. Рассматривается конечная анизотропная пластинка с произвольными эллиптическими отверстиями, которые могут переходить и в трещины, пересекаться друг с другом и пересекать внешнюю границу.

Для определения напряженно-деформированного состояния пластинки используются комплексные потенциалы $\Phi_k(z_k)$ ($k = \overline{1, 2}$) обобщенных комплексных переменных $z_k = x + \mu_k y$, где μ_k – корни полинома 4-го порядка, коэффициентами которого являются коэффициенты деформации материала пластинки.

Функции $\Phi_k(z_k)$ определены в многосвязных областях S_k , получаемых из заданной области S аффинными преобразованиями $z_k = x + \mu_k y$. После соответствующих конформных отображений и разложений в ряды Лорана (для отверстий) и по полиномам Фабера (для конечной области, ограниченной внешним контуром пластинки), преобразуемым в степенные ряды, эти функции представлены рядами

$$\Phi_k(z_k) = a_{k00} + \sum_{l=0}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{kln} \Phi_{kln}(z_k),$$

где

$$\Phi_{k0n}(z_k) = (z_k - z_{k0})^n, \quad \Phi_{kln}(z_k) = \frac{1}{\zeta_{kl}^n} \quad (l = \overline{1, \mathcal{L}});$$

$z_{k0} = x_0 + \mu_k y_0$; x_0, y_0 – координаты центра пластинки; ζ_{kl} (при $l = \overline{1, \mathcal{L}}$) – переменные, определяемые из конформных отображений внешности единичного круга $|\zeta_{kl}| \geq 1$ на внешности эллипсов L_{kl} , соответствующих эллипсам L_l при указанных аффинных преобразованиях:

$$z_k = z_{kl} + R_{kl} \left(\zeta_{kl} + \frac{m_{kl}}{\zeta_{kl}} \right); \quad z_{kl} = x_{0l} + \mu_k y_{0l},$$

$$R_{kl} = \frac{a_l (\cos \varphi_l + \mu_k \sin \varphi_l) + ib_l (\sin \varphi_l - \mu_k \cos \varphi_l)}{2},$$

$$m_{kl} = \frac{a_l (\cos \varphi_l + \mu_k \sin \varphi_l) - ib_l (\sin \varphi_l - \mu_k \cos \varphi_l)}{2R_{kl}};$$

a_{kln} – постоянные, определяемые из граничных условий на контурах пластинки. С использованием обобщенного метода наименьших квадратов для определения этих постоянных получена следующая система линейных алгебраических уравнений:

$$2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 \sum_{l=0}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} g_{ikp} \delta_{kps} \Phi'_{kln}(t_{kpm}) a_{kln} = \frac{df_{ip}(t_{pm})}{ds}$$

$$(i = \overline{1, 2}, p = \overline{0, \mathcal{L}}, m = \overline{1, \mathcal{M}_p}),$$

в которой \mathcal{M}_p – количество выбираемых «коллокационных точек» на контуре L_p , t_{kpm} – точки этих контуров, в которых удовлетворены граничные условия.

После нахождения псевдорешения системы методом сингулярного разложения постоянные a_{kln} , а, следовательно, и комплексные потенциалы будут известными и можно в любой точке найти напряжения. При этом, если некоторый эллипс L_l переходит в прямолинейный разрез-трещину, то в его концах производные комплексных потенциалов, а следовательно, и напряжения будут иметь сингулярность и можно определить и коэффициенты интенсивности напряжений (КИН), используя известные формулы.

При проведении исследований количество членов в бесконечных рядах для каждого отверстия L_p и «коллокационных точек» \mathcal{M}_p на этом контуре, для которых составлялись уравнения, увеличивалось до тех пор, пока граничные условия на контурах не удовлетворялись с достаточно

высокой степенью точности (пока значения напряжений на площадках, касательных к контурам, не были менее 10^{-3}). В описываемых ниже случаях для такого удовлетворения граничным условиям необходимо было в указанных рядах оставлять от 10 до 150 членов, и на каждом из контуров брать от 100 до 500 «коллокационных точек».

Описание результатов численных исследований. В таблице для случая одностороннего растяжения квадратной пластинки из изотропного материала с круговым отверстием радиуса a_1 (рисунок),

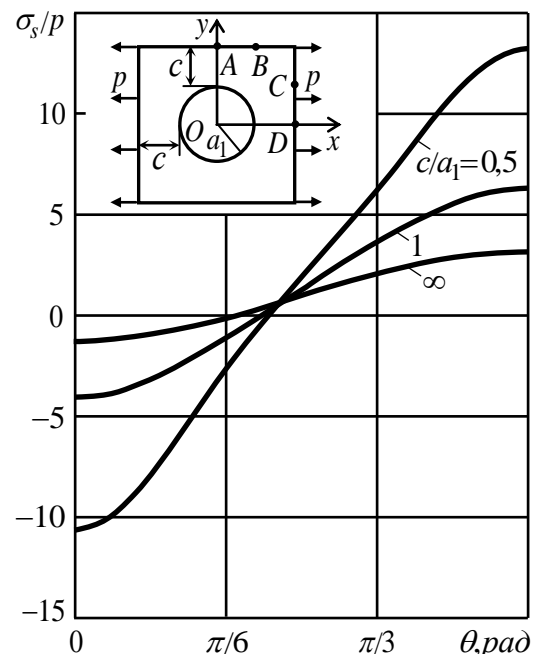
когда длины перемычек между контуром центрального кругового отверстия и сторонами квадрата равны c , приведены значения нормальных

c/a_1	θ , рад				Точки			
	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	A	B	C	D
0,1	-169,75	-12,55	23,86	173,17	-145,81	-20,42	20,39	164,50
0,5	-10,56	-2,63	6,30	13,32	-5,46	-0,70	2,37	9,00
1,0	-3,98	-1,07	3,73	6,39	-0,82	0,71	0,59	2,84
5,0	-1,220	-0,08	2,14	3,24	0,90	0,99	0,38	0,19
10,0	-1,06	-0,02	2,04	3,07	0,97	1,00	0,01	0,05

напряжений σ_s/p вблизи контура отверстия L_1 в зависимости от отношения от c/a_1 и центрального угла θ , отсчитываемого от оси Ox против часовой стрелки, а также в некоторых точках сторон квадратной пластинки.

На рисунке для этой же пластинки изображены графики распределения нормальных напряжений σ_s/p вблизи контура отверстия

L_1 . Из данных таблицы и рисунка видно, что с уменьшением длины сторон квадрата концентрация напряжений около контура отверстия и сторон квадрата резко возрастает. При этом в зоне между отверстием и горизонтальными сторонами эти напряжения положительны (растяжение), а в зонах между отверстием и вертикальными сторонами они отрицательны (сжатие). При расстояниях между контуром отверстия и сторонами квадрата больших двух диаметров отверстия ($c/a_1 \geq 4$) взаимовлияние контура отверстия и сторон мало и им можно пренебречь. В этом случае значения напряжений около контура (да и вдали от него) близки к значениям соответствующих напряжений, получаемых при решении задачи Кирша для бесконечной пластинки с круговым отверстием.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИЗГИБА КОНЕЧНОЙ МНОГОСВЯЗНОЙ ТОНКОЙ ПЬЕЗОПЛИТЫ С ОТВЕРСТИЯМИ И ТРЕЩИНАМИ

Калоеров С.А., д-р физ.-мат. наук, проф., *Сероштанов А.В.*

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
kaloerov@mail.ru, aleks.serosht@gmail.com

Тонкие плиты из пьезоматериалов с отверстиями широко используются в различных областях современной науки и техники в качестве элементов конструкций. Под действием различных изгибающих воздействий в них около отверстий могут возникать высокие концентрации напряжений, что нужно учитывать при проектировании конструкций. Следовательно, необходимо иметь надежные методы определения электромагнитоупругого состояния (ЭМУС) тонких многосвязных пьезоплит. В работе [1] для исследования ЭМУС тонких плит предложен метод, основанный на введении и использовании комплексных потенциалов. а в работах [2, 3] на его основе решены конкретные задачи для односвязных и бесконечных многосвязных плит. В данной работе дано общее решение задачи об изгибе конечной пьезоплиты с произвольными отверстиями и трещинами. Описаны результаты исследований для круговой плиты с двумя круговыми выемами и центральным круговым отверстием.

Постановка и метод решения задачи. Рассматривается тонкая электромагнитоупругая плита, ограниченная внешним контуром L_0 и контурами произвольно расположенных эллиптических отверстий L_l ($l = \overline{1, \mathcal{L}}$), с полуосями a_l, b_l , которые в частном случае могут переходить в трещины или аппроксимировать контуры отверстий произвольной конфигурации. Плита находится под действием приложенных к контурам механических изгибающих моментов, поперечных сил, моментов электрической и магнитной индукций.

Для решения задачи используются комплексные потенциалы $W_k'(z_k)$ ($k = \overline{1, 4}$) обобщенных комплексных переменных $z_k = x + \mu_k y$, где μ_k – корни известного характеристического уравнения 8-го порядка [1]. При этом для функций получены представления

$$W_k'(z_k) = a_{k00} + \sum_{l=0}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{kln} \varphi_{kln}(z_k), \quad (1)$$

в которых $\varphi_{kln}(z_k)$ – известные функции, построенные на основе конформных отображений и разложений функций в ряды Лорана и по

полиномам Фабера; a_{kln} – неизвестные постоянные, определяемые из граничных условий на контурах рассматриваемой области.

Граничные условия удовлетворяются обобщенным методом наименьших квадратов. Для этого на каждом из контуров L_p выбирается система точек $M_{pm}(x_{pm}, y_{pm})$ ($p = \overline{0, \mathcal{L}}; m = \overline{1, M_p}$), в которых удовлетворяются граничные условия. На этой основе нахождение неизвестных постоянных a_{kln} сведено к решению переопределенной системы линейных алгебраических уравнений вида

$$2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 \sum_{l=0}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} g_{ikp} \delta_{k,s} \phi'_{kln}(t_{kpm}) a_{kln} = \frac{df_{ip}(t_{kpm})}{ds} \quad (i = \overline{1, 4}; p = \overline{0, \mathcal{L}}; m = \overline{1, M_p}),$$

$$2\operatorname{Re} \sum_{k=1}^4 ia_{kp1} = 0 \quad (p = \overline{1, \mathcal{L}}) \quad (2)$$

Система (2) решается методом сингулярных разложений и после ее решения по известным формулам [1] вычисляются основные характеристики ЭМУС (механические изгибающие и крутящий моменты, моменты индукций электрического и магнитного полей, перерезывающие силы). При этом, если некоторый эллипс L_l переходит в прямолинейный разрез-трещину, то для его концов вычисляются также коэффициенты интенсивности моментов (КИМ) по известным формулам.

Описание результатов численных исследований. Исследования проводились для плит из различных пьезоматериалов, с отверстиями различных конфигураций при различных загрузках контуров. При проведении численных исследований количество членов в бесконечных рядах (1) и количество точек M_p на каждом из контуров L_p ($p = \overline{0, \mathcal{L}}$), в которых удовлетворялись граничные условия при получении уравнений системы (2), увеличивались до тех пор, пока граничные условия на контурах не начинали выполняться с достаточно высокой степенью точности (модуль абсолютной погрешности не превышал 10^{-3}). Здесь описываются лишь некоторые из полученных результатов для плиты из наиболее анизотропного по упругим свойствам («степень анизотропии» характеризуется степенью отличия отношения s_{11}/s_{22} от 1) композита, упругие, пьезоэлектрические и электрические постоянные которого соответствуют селениду кадмия $CdSe$, а пьезомагнитные и магнитные – $BaTiO_3$.

На рисунке для круговой плиты с внешним круговым контуром радиуса a_0 с двумя симметричными круговыми выемами радиуса $a_1 = a_0/2$ с центрами на внешнем контуре и центральным круговым

отверстием радиуса a_3 при изгибе под действием моментов m_0 по внешнему контуру с точностью до множителя m_0 приведены значения изгибающих моментов M_s / m_0 в точках контура центрального кругового отверстия для некоторых значений отношения a_3 / a_0 в зависимости от центрального угла θ , отсчитываемого от положительного направления оси Ox против часовой стрелки.

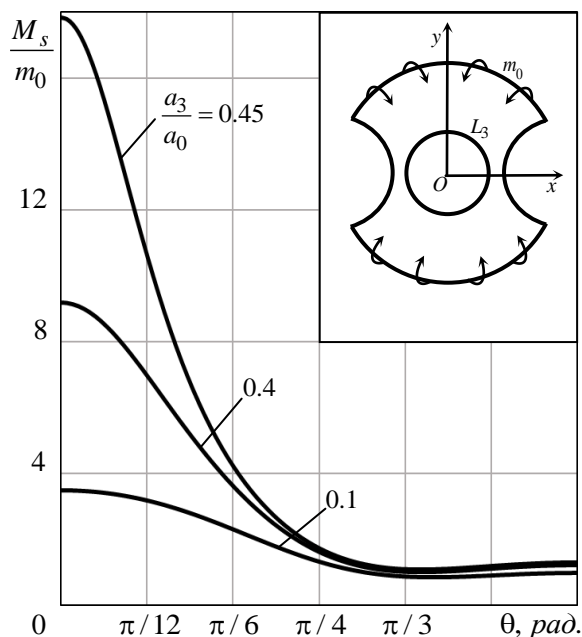


Рис. Графики распределения моментов M_s / m_0 вблизи центрального контура L_3 в круговом диске с двумя симметричными круговыми выемами для некоторых значений отношения a_3 / a_0 .

Как видно, с ростом радиуса центрального отверстия значения моментов около контура отверстия в зоне перемычек (при $\theta < \pi / 6$) резко растут, незначительно изменяясь вдали от перемычек.

Список литературы

1. Калоеров, С. А. Комплексные потенциалы теории изгиба тонких электромагнитоупругих плит / С. А. Калоеров // Вестн. Донец. нац. ун-та. Сер. А. Естеств. науки. – 2019. – № 3–4. – С. 37–57.
2. Калоеров, С. А. Исследование изгиба тонких электромагнитоупругих плит / С. А. Калоеров, А. В. Сероштанов // Прикладная механика и техническая физика. – 2022. – Т. 63, № 2. – С. 151–165.
3. Калоеров, С. А. Решение задачи об электромагнитоупругом изгибе многосвязной плиты / С. А. Калоеров, А. В. Сероштанов // Прикладная механика и техническая физика. – 2022. – Т. 63, № 4. – С. 143–155.

ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ ДЛЯ ТОНКОЙ ПЛИТЫ С ТРЕУГОЛЬНЫМ ОТВЕРСТИЕМ

Миرونчук А.И., канд. физ.-мат. наук

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

a.zanko@donnu.ru

Введение. В настоящей работе с использованием комплексных потенциалов, метода малого параметра и обобщенного метода наименьших квадратов было получено решение задачи линейной вязкоупругости для многосвязной анизотропной плиты с треугольным отверстием. Искомые функции разлагаются в ряды Лорана, для определения коэффициентов которых получается переопределенная система линейных алгебраических уравнений. По известным функциям приближений и представлениям степеней малого параметра находятся значения изгибающих моментов в любой момент времени.

Постановка и метод решения задачи. Рассмотрим тонкую вязкоупругую анизотропную плиту с треугольным отверстием. Последнее представлялось равнобедренным треугольником ABC (рис. 1) с боковыми сторонами AB и AC длины $2a_1$ каждая, углом между ними α и основанием BC так, что в прямоугольной системе координат Oxy с началом в центре основания и осью Ox вдоль высоты треугольника OA длина основания BC равна $4a_1 \sin(\alpha/2)$, высота OA равна $2a_1 \cos(\alpha/2)$, вершины треугольника находятся в точках $A(2a_1 \cos(\alpha/2), 0)$, $B(0, 2a_1 \sin(\alpha/2))$, $C(0, -2a_1 \sin(\alpha/2))$. Стороны треугольника AB , BC и CA рассматривались внешними берегами эллиптических разрезов L_1 , L_2 и L_3 .

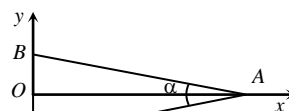


Рис. 1

Следуя предложенным в работах [1] подходам, задачу определения вязкоупругого состояния плиты будем решать методом малого параметра с использованием комплексных потенциалов. При таком подходе комплексные потенциалы теории изгиба тонких плит [2, 3] разлагаются в ряды по малому параметру вида [4]

$$W'_k(z_k) = \sum_{j=0} \lambda^j W'_{jk}(z_k), \quad (1)$$

где λ – малый параметр, в качестве которого выбирается изменение во времени коэффициента Пуассона ν_{12} ; $W'_{jk}(z_k)$ – производные комплексных потенциалов приближений, имеющие в данном случае вид

$$W'_{jk}(z_k) = \Gamma_{jk} z_k + \sum_{l=1}^3 W'_{jkl}(z_k); \quad (2)$$

Γ_{jk} – комплексные постоянные, которые находятся из решения известных систем [4]; $W'_{jkl}(z_k)$ – функции, голоморфные вне контуров L_{kl} областей S_k , получаемых из заданной области S аффинными преобразованиями.

Построение решения задачи. Используя методы конформных отображений и разложения функций в ряды Лорана, найдем общие представления неизвестных функций. Отобразим конформно внешности единичных кругов $|\zeta_{kl}| \geq 1$ на внешности эллипсов L_{kl} в областях S_k [5]. Тогда функции $W'_{jkl}(z_k)$, голоморфные вне контуров L_{kl} в областях будут голоморфными вне кругов $|\zeta_{kl}| \geq 1$ и могут быть представлены рядами Лорана, поэтому функции (2) примут вид

$$W'_{jk}(z_k) = \Gamma_{jk} z_k + \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{kln} a_{jkl n}, \quad (3)$$

где $a_{jkl n}$ – постоянные, определяемые из граничных условий на контурах.

Граничным условиям будем удовлетворять обобщенным методом наименьших квадратов [4]. Для этого на контурах плиты выберем набор точек $t_{lm}(x_{lm}, y_{lm})$ ($m = \overline{1, M_l}$) в которых удовлетворим соответствующим граничным условиям. Тогда для определения неизвестных постоянных $a_{jkl n}$ получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^3 \sum_{n=1}^{\infty} g_{0kli} \delta_{k,s} \varphi'_{kln}(t_{klm}) a_{jkl n} = \\ = \frac{df_{jli}(t_{lm})}{ds} - 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 g_{0kli} \delta_{k,s} \Gamma_{jk} \quad (i = \overline{1, 2}; m = \overline{1, M_l}; l = \overline{1, 3}), \end{aligned} \quad (4)$$

в которых g_{0kli} , $f_{jli}(t_{lm})$ – известные постоянные и функции, которые определяются из граничных условий на контурах плиты;

$$\delta_{k,s} = dz_k / ds, \quad \varphi'_{kln} = -\frac{n}{\zeta_{kl}^{n-1} R_{kl} (\zeta_{kl}^2 - m_{kl})}, \quad t_{klm} = x_{lm} + \mu_k y_{lm}.$$

Систему (4) будем решать с использованием сингулярных разложений [4]. После ее решения комплексные потенциалы (2) будут известными и по ним можно найти значения моментов в любой момент времени.

Описание результатов численных исследований. Были проведены численные исследования напряженного состояния плиты из материалов алюминий (материал М1) и эпоксид (М2) [1]. Результаты расчетов приведены для двух случаев: когда $t = 0$ (в начальный момент времени) и $t = 400$ (стационарное состояние).

Для случая изгиба плиты с треугольным отверстием моментами $M_y^\infty = m_y$ при $M_x^\infty = H_{xy}^\infty = 0$ на рис. 2 с точностью до множителя m_y

изображены графики изменения изгибающих моментов M_s от нормальных напряжений σ_s на площадках, перпендикулярных к контуру отверстия, в окрестности точки A на контуре L_1 , где они достигают максимальных значений, в зависимости от угла α при вершине треугольника. Пунктирные и сплошные линии соответствуют начальному и стационарному состояниям. Как показали численные исследования значения моментов приведенные для начального момента приложения нагрузки ($t=0$) полностью совпадают со

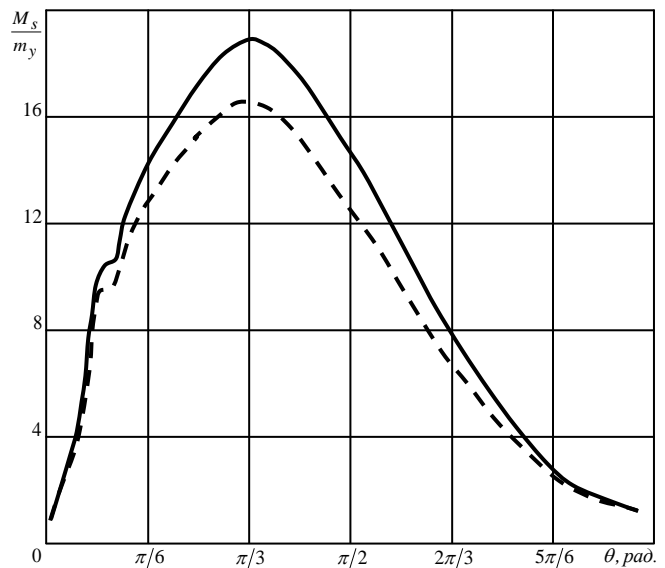


Рис. 2

случаем аналогичной задачи в упругой постановке. Чем выше «степень анизотропии», т. е. степень отличия a_{11}/a_{22} от 1, тем больше уровень концентрации изгибающих моментов M_s (их максимальные по модулю значения).

Как следует из данных рис. 2, при переходе в стационарное состояние значения изгибающих моментов претерпевают значительные изменения, причем при $\pi/6 \leq \alpha \leq 2\pi/3$ эти изменения составляют более чем 10%. Так при $\alpha = \pi/6$ значения M_s в окрестности точки A увеличиваются на 10,815%, при $\alpha = \pi/3$ на 13,958%, при $\alpha = \pi/2$ на 16,928%, при $\alpha = 2\pi/3$ на 16,542%.

Список литературы

1. Калоеров, С. А. Исследование вязкоупругого состояния пластинки с упругими эллиптическими или линейными включениями / С. А. Калоеров, А. Б. Мироненко // Прикладная механика. – 2007. – Т. 43, № 2. – С. 88–98
2. Лехницкий, С. Г. Анизотропные пластинки / С. Г. Лехницкий. – Москва : Гостехиздат, 1957. – 463 с.
3. Калоеров, С. А. Комплексные потенциалы теории изгиба многосвязных анизотропных плит / С. А. Калоеров // Теорет. и прикладная механика. – 2012. – Вып. 4 (50). – С. 113–132.
4. Калоеров, С. А. Решение задачи линейной вязкоупругости для многосвязных анизотропных плит / С. А. Калоеров, А. И. Занько // Прикладная механика и техническая физика. – 2017. – Т. 58, № 2. – С. 141–151.
5. Калоеров, С. А. Двумерное напряженно-деформированное состояние многосвязного анизотропного тела / С. А. Калоеров, Е. С. Горянская // Концентрация напряжений. – Киев : А. С. К., 1998. – С. 10–26. (Механика композитов: В 12 т., т. 7).

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ УПРУГИЕ ПРОДОЛЬНО-СДВИГОВЫЕ ВОЛНЫ В ПРОТЯЖЕННЫХ ЦИЛИНДРАХ С УЧЕТОМ МНОГОФАКТОРНОГО ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ЗАКОНА РАДИАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ТРАНСВЕРСАЛЬНО ИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА

Моисеенко И.А.¹, д-р физ.-мат. наук, доц.,
Моисеенко В.А.², канд. физ.-мат. наук, доц.,
Мельничук Н.Ю.¹

¹ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

²ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,
г. Макеевка, РФ
miamia733@mail.ru

Введение. В данном исследовании представлена шестифакторная модель радиальной неоднородности трансверсально изотропного материала сплошного цилиндрического волновода для случая распространяющихся продольно-сдвиговых волн, свободная от наложения каких бы то ни было ограничений на регулярные в области волновода функциональные законы радиальной неоднородности физико-механических характеристик материала цилиндра, на основе которой построены общие аналитические решения системы дифференциальных уравнений целевой математической модели и исследованы свойства бегущих продольно-сдвиговых волн в свободном цилиндре.

Постановка задачи. Рассматривается имеющий в поперечном сечении форму круга радиуса R_* протяженный сплошной цилиндрический волновод, занимающий в нормированной параметром R_* безразмерной цилиндрической системе координат $O r \theta z$ область $V = \{r \in [0,1], \theta \in [-\pi, \pi], z \in (-\infty, \infty)\}$. Полагается, что радиально неоднородный материал волновода является трансверсально изотропным

$$c_s = C_* \tilde{c}_s(r) \quad (s=11,12,13,33,44), \quad \rho = \rho_* \tilde{\rho}(r). \quad (1)$$

Здесь $\tilde{c}_s = \tilde{c}_s(r) > 0$ и $\tilde{\rho} = \tilde{\rho}(r) > 0$ ($r \in [0,1]$) – нормированные параметрами соответственно $C_* = const$ и $\rho_* = const$ произвольные, в пределах допустимости варьирования значений физико-механических характеристик, функциональные законы изменения вдоль радиальной координаты модулей упругости и плотности неоднородного материала.

При рассмотрении распространяющихся вдоль оси Oz с круговой частотой ω и нормированным параметром R_* продольным волновым числом k ($k \in \mathbb{C}$) нормальных упругих осесимметричных продольно-

сдвиговых волн пронормированные соответственно величинами R_* и C_* компоненты вектора перемещений и тензора напряжений в рамках пространственной линейной математической модели динамического напряженно-деформированного состояния упругих тел могут быть представлены так:

$$\begin{bmatrix} u_r(r, z, t) \\ u_z(r, z, t) \end{bmatrix} = \exp(-i\omega t + ikz) \mathbf{C}_U^{(LSW)} \tilde{\mathbf{U}}^{(LSW)}(r) \quad (u_\theta \equiv 0),$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr}(r, z, t) \\ \sigma_{\theta\theta}(r, z, t) \\ \sigma_{zz}(r, z, t) \\ \sigma_{rz}(r, z, t) \end{bmatrix} = \exp(-i\omega t + ikz) \mathbf{C}_\Sigma^{(LSW)} \tilde{\Sigma}^{(LSW)}(r) \quad (\sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta z} \equiv 0), \quad (2)$$

где $\mathbf{C}_U^{(LSW)}$ и $\mathbf{C}_\Sigma^{(LSW)}$ – диагональные матрицы с элементами $[\mathbf{C}_U^{(LSW)}]_{1,1} = 1$,

$$[\mathbf{C}_U^{(LSW)}]_{2,2} = i, \quad [\mathbf{C}_\Sigma^{(LSW)}]_{j,j} = 1 \quad (j = \overline{1,3}), \quad [\mathbf{C}_\Sigma^{(LSW)}]_{4,4} = i;$$

$$\tilde{\mathbf{U}}^{(LSW)}(r) = \begin{bmatrix} \tilde{u}_r \\ \tilde{u}_z \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Sigma}^{(LSW)}(r) = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{rr} \\ \tilde{\sigma}_{\theta\theta} \\ \tilde{\sigma}_{zz} \\ \tilde{\sigma}_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{c}_{11} \tilde{u}'_r + \tilde{c}_{12} r^{-1} \tilde{u}_r - k \tilde{c}_{13} \tilde{u}_z \\ \tilde{c}_{12} \tilde{u}'_r + \tilde{c}_{11} r^{-1} \tilde{u}_r - k \tilde{c}_{13} \tilde{u}_z \\ \tilde{c}_{13} \tilde{u}'_r + \tilde{c}_{13} r^{-1} \tilde{u}_r - k \tilde{c}_{33} \tilde{u}_z \\ \tilde{c}_{44} \tilde{u}'_z + k \tilde{c}_{44} \tilde{u}_r \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Здесь $\tilde{u}_s = \tilde{u}_s(r)$ ($s = r, z$), $\tilde{\sigma}_s = \tilde{\sigma}_s(r)$ ($s = rr, \theta\theta, zz, rz$) – вещественные амплитудные составляющие отличных от тождественного нуля компонент соответственно вектора перемещений и тензора напряжений.

Закон радиальной неоднородности материала волновода (1) переписывается через новые функции $\varphi = \varphi(r)$ и $\psi_j = \psi_j(r)$ ($j = \overline{1,5}$) так:

$$\tilde{c}_{11} = e^\varphi, \quad \tilde{c}_{12} = \psi_1 e^\varphi, \quad \tilde{c}_{13} = \psi_2 e^\varphi, \quad \tilde{c}_{33} = \psi_3 \psi_4 e^\varphi, \quad \tilde{c}_{44} = \psi_3 e^\varphi, \quad \tilde{\rho} = \psi_5 e^\varphi. \quad (4)$$

Введенные функции однозначно определяются соотношениями

$$\varphi = \ln(\tilde{c}_{11}), \quad \psi_1 = \frac{\tilde{c}_{12}}{\tilde{c}_{11}}, \quad \psi_2 = \frac{\tilde{c}_{13}}{\tilde{c}_{11}}, \quad \psi_3 = \frac{\tilde{c}_{44}}{\tilde{c}_{11}}, \quad \psi_4 = \frac{\tilde{c}_{33}}{\tilde{c}_{44}}, \quad \psi_5 = \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{c}_{11}}. \quad (5)$$

С учетом представлений (1) – (4) уравнения движения получают такой вид:

$$\begin{aligned} r^2 \tilde{u}_r'' + r(1 + r\varphi') \tilde{u}_r' + (r\psi_1' + r\psi_1\varphi' - k^2 r^2 \psi_3 + \Omega^2 r^2 \psi_5 - 1) \tilde{u}_r - \\ - k r^2 ((\psi_2 + \psi_3) \tilde{u}_z' + (\psi_2' + \psi_2\varphi') \tilde{u}_z) = 0, \\ r^2 \tilde{u}_z'' + r(1 + r\varphi' + r\chi_3) \tilde{u}_z' + r^2 (\Omega^2 \chi_2 - k^2 \psi_4) \tilde{u}_z + \\ + k r^2 (\chi_1 + 1) \tilde{u}_r' + k r (r\chi_3 + r\varphi' + \chi_1 + 1) \tilde{u}_r = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\Omega^2 = \rho_* R_*^2 \omega^2 / C_*$;

$$\chi_1 = \Psi_2/\Psi_3, \quad \chi_2 = \Psi_5/\Psi_3, \quad \chi_3 = \Psi'_3/\Psi_3. \quad (7)$$

Далее полагается, что введенные соотношениями (5), (7) функции являются регулярными и допускают разложения в равномерно сходящиеся на отрезке $r \in [0, r_*]$ ($r_* > 1$) ряды вида

$$\varphi = \sum_{j=0}^{\infty} a_j^{(0)} r^j, \quad \Psi_m = \sum_{j=0}^{\infty} a_j^{(m)} r^j \quad (m = \overline{1,5}), \quad \chi_n = \sum_{j=0}^{\infty} b_j^{(n)} r^j \quad (n = \overline{1,3}). \quad (8)$$

Тогда целевые решения уравнений (6) строятся в виде рядов

$$\tilde{u}_r = \sum_{j=0}^{\infty} c_j^{(1)} r^{j+\eta}, \quad \tilde{u}_z = \sum_{j=0}^{\infty} c_j^{(2)} r^{j+\eta} \quad (\eta \geq 0) \quad (9)$$

с подлежащими определению параметром η и коэффициентами $\{c_j^{(m)}\}_{j=0}^{\infty}$ ($m = \overline{1,2}$). Полагая, что ряды в соотношениях (9) также являются равномерно сходящимися на отрезке $r \in [0, r_*]$, после подстановки разложений из (8), (9) в уравнения (6) получаются два набора начальных значений

$$\left\{ \eta^{(1)} = 0, \quad c_0^{(1,1)} = 0, \quad c_1^{(1,1)} = 0, \quad c_0^{(2,1)} = 1, \quad c_1^{(2,1)} = 0 \right\},$$

$$\left\{ \eta^{(2)} = 1, \quad c_0^{(1,2)} = 1, \quad c_1^{(1,2)} = -\frac{a_1^{(0)} + a_1^{(1)} + a_1^{(0)} a_0^{(1)}}{3}, \quad c_0^{(2,2)} = 0, \quad c_1^{(2,2)} = -k \frac{1 + b_0^{(1)}}{2} \right\}$$

и явные рекуррентные представления для определения последующих коэффициентов $\{c_j^{(m,q)}\}_{j=2}^{\infty}$ ($m = \overline{1,2}$) в разложениях двух линейно независимых частных решений

$$\tilde{u}_r^{(q)} = \sum_{j=0}^{\infty} c_j^{(1,q)} r^{j+\eta^{(q)}}, \quad \tilde{u}_z^{(q)} = \sum_{j=0}^{\infty} c_j^{(2,q)} r^{j+\eta^{(q)}} \quad (q = \overline{1,2}) \quad (10)$$

уравнений (6). Показано, что полученные рекуррентные соотношения обеспечивают равномерную сходимость разложений (10) на любом отрезке $r \in [0, r_*]$ ($r_* < \infty$).

В рамках проведенного численного эксперимента изучены эффекты влияния функциональной радиальной неоднородности материала волновода на топологию дисперсионных спектров, распределение фазовых и групповых скоростей бегущих продольно-сдвиговых волн, кинематические характеристики волнового процесса в свободном протяженном цилиндре.

Заключение. Полученные результаты могут быть использованы в прикладных исследованиях, связанных с расчетами характеристик волноводных компонентов акустоэлектронных устройств, анализа моделей ультразвуковой диагностики.

ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА ИДЕМПОТЕНТНОЙ АРИФМЕТИКИ ТРЕУГОЛЬНЫХ НЕЧЕТКИХ ЧИСЕЛ ПРИ АНАЛИЗЕ МОДЕЛИ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЯМЫХ СТЕРЖНЕЙ С НЕКОНТРАСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Павлыш В.Н.¹, д-р техн. наук, проф.,
Номбре С.Б.², канд. физ.-мат. наук, доц.,
Сторожев С.В.², канд. экон. наук, доц.

¹ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ

²ГОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,
г. Макеевка, РФ

s.v.storozhev@donnasa.ru

Введение. Получение теоретических оценок для критических уровней осевых сжимающих усилий, действующих на конструкционные элементы в виде прямых стержней и вызывающих эффекты потери устойчивости их прямолинейной формы, относится к важным прикладным проблемам математического моделирования в механике деформируемых сред [1]. При этом, данные модели на практике характеризуются существенными уровнями неопределенности, обусловленной различной природы разбросами в значениях исходных физико-механических и геометрических параметров, и для ее анализа в [2] предложено использование методов теории нечетких множеств [3, 4]. Вместе с тем, примененный для этого в [2] основной аппарат нечетких вычислений с неидемпотентными арифметическими операциями, приводит, как известно, к результатам с расширенными, пессимистическими уровнями прогнозов о разбросах результирующих параметров. В этой связи, целью данной работы является анализ эффектов учета неконтрастности исходных параметров в модели устойчивости прямых стержней, реализуемый на основе нечетко-множественного подхода с применением аппарата идемпотентной арифметики треугольных нечетких чисел [5].

Расчетные соотношения детерминистической модели. Результирующие параметры низших критических осевых сжимающих усилий, прикладываемых к торцам прямолинейных стержней с однородными по длине физико-механическими и геометрическими свойствами, в рамках модели Эйлера, описывающей устойчивость стержней на основе гипотезы линейного докритического напряженно-деформированного состояния, определяются выражениями [1]

$$P_* = EI_{\min} \pi^2 (\eta l^2)^{-1}, \quad (1)$$

в которых E – модуль Юнга материала стержня; I_{\min} – величина минимального изгибного момента инерции сечения стержня; l и F – соответственно параметры длины и площади поперечного сечения стержня.

Параметр η является фиксированной величиной, принимающей альтернативные значения соответственно типу задаваемых на краях стержня граничных условий: для случая жесткого закрепления одного конца и свободного противоположного конца $\eta=4$; при шарнирном закреплении обоих концов $\eta=1$; при жестком закреплении одного конца и закреплении противоположного в подвижной опоре $\eta=0.25$; при жестком закреплении одного конца и шарнирном опирании противоположного $\eta=(\pi/9)^2 \approx 0.4888$. Здесь параметр 9 является наименьшим корнем трансцендентного уравнения $tg 9 = 9$ и равен $9 \approx 4.4934$. По определяемому соотношением (1) значению P_* рассчитываются критический уровень внутренних продольных напряжений σ_*

$$\sigma_* = P_* F^{-1}. \quad (2)$$

С учетом выражений параметров F и I_{\min} для стержней прямоугольного сечения $\Omega = \{x_1 \in [-b/2, b/2]; x_2 \in [-h/2, h/2]\}$ ($h > b$), выражения P_* и σ_* имеют вид

$$P_* = \Phi_s(E, l, b, h, \eta) = \pi^2 E b h^3 (12\eta l^2)^{-1}, \quad \sigma_* = Y_s(E, l, b, h, \eta) = \pi^2 E h^2 (12\eta l^2)^{-1}. \quad (3)$$

Использование идемпотентной арифметики треугольных нечетких чисел для описания эффектов разброса исходных параметров. Учет неопределенности исходных физико-механических и геометрических параметров рассматриваемой модели в виде разбросов их значений, обусловленных погрешностями экспериментальных замеров и технологическими допусками при изготовлении, применительно, в частности, к стержням прямоугольного сечения реализуется путем введения для неконтрастных нечетко-множественных исходных параметров $\tilde{E}, \tilde{l}, \tilde{b}, \tilde{h}$ описаний нечеткими треугольными числами

$$\tilde{E} = (E_1, E_2, E_3), \quad \tilde{l} = (l_1, l_2, l_3), \quad \tilde{b} = (b_1, b_2, b_3), \quad \tilde{h} = (h_1, h_2, h_3),$$

для которых далее вводятся представления в форме двухкомпонентных чисел вида

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \{(E_1 + (E_2 - E_1)\alpha), (E_3 + (E_3 - E_2)\alpha)\}, \quad \tilde{l} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \{(l_1 + (l_2 - l_1)\alpha), (l_3 + (l_3 - l_2)\alpha)\}, \\ \tilde{b} &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \{(b_1 + (b_2 - b_1)\alpha), (b_3 + (b_3 - b_2)\alpha)\}, \quad \tilde{h} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \{(h_1 + (h_2 - h_1)\alpha), (h_3 + (h_3 - h_2)\alpha)\}. \end{aligned} \quad (6)$$

На базе таких описаний $\tilde{E}, \tilde{l}, \tilde{b}, \tilde{h}$ при переходе в расчетных соотношениях (3) к нечетко-множественным аргументам используются приведенные в [5] правила идемпотентной арифметики двухкомпонентных чисел

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_J &= (\Phi_{J1}, \Phi_{J2}, \Phi_{J3}), \quad \tilde{\Phi}_Q = (\Phi_{Q1}, \Phi_{Q2}, \Phi_{Q3}), \\ \tilde{\Phi}_J &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \{(\Phi_{J1} + (\Phi_{J2} - \Phi_{J1})\alpha), (\Phi_{J3} + (\Phi_{J2} - \Phi_{J3})\alpha)\}, \\ \tilde{\Phi}_Q &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \{(\Phi_{Q1} + (\Phi_{Q2} - \Phi_{Q1})\alpha), (\Phi_{Q3} + (\Phi_{Q2} - \Phi_{Q3})\alpha)\}, \end{aligned} \quad (7)$$

имеющие вид

$$\tilde{\Phi}_J * \tilde{\Phi}_Q = (\Phi_{J1} * \Phi_{Q1}, \Phi_{J2} * \Phi_{Q2}, \Phi_{J3} * \Phi_{Q3}) = \quad (8)$$

$$= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \{((\Phi_{J_1} * \Phi_{Q_1}) + ((\Phi_{J_2} * \Phi_{Q_2}) - (\Phi_{J_1} * \Phi_{Q_1}))\alpha), ((\Phi_{J_3} * \Phi_{Q_3}) - ((\Phi_{J_2} * \Phi_{Q_2}) - (\Phi_{J_3} * \Phi_{Q_3}))\alpha)\},$$

где символ * отвечает любой из стандартных операций арифметики действительных чисел. Соответственно, для нечетко-множественных результирующих параметров \tilde{P}_* , $\tilde{\sigma}_*$ с применением данного подхода получены представления

$$\tilde{P}_* = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \{(P_{*1} + (P_{*2} - P_{*1})\alpha), (P_{*3} + (P_{*2} - P_{*3})\alpha)\}, \quad \tilde{\sigma}_* = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \{(\sigma_{*1} + (\sigma_{*2} - \sigma_{*1})\alpha), (\sigma_{*3} + (\sigma_{*2} - \sigma_{*3})\alpha)\}, \quad (9)$$

в которых

$$P_{*j} = \pi^2 E_j b_j h_j^3 (12\eta l_j^2)^{-1}, \quad \sigma_{*j} = \pi^2 E_j h_j^2 (12\eta l_j^2)^{-1}. \quad (10)$$

Пример расчета функций принадлежности. Представленный метод применен для описания разбросов значения \tilde{P}_* , $\tilde{\sigma}_*$ в случае стального стержня с шарнирно закрепленными концами, имеющего неконтрастные исходные параметры

$$\tilde{E} = (19.7E_*, 19.9E_*, 20.2E_*), \quad E_* = 10^{10} \text{ Па}, \quad \tilde{l} = (1.95l_*, 1.99l_*, 2.06l_*), \quad (11)$$

$$\tilde{b} = (0.0049l_*, 0.005l_*, 0.0052l_*), \quad \tilde{h} = (0.0097l_*, 0.01l_*, 0.012l_*), \quad l_* = 1 \text{ м}.$$

Результаты расчетов функций принадлежности \tilde{P}_* , $\tilde{\sigma}_*$ для данного варианта неконтрастных параметров представлены на рисунках 1 и 2.

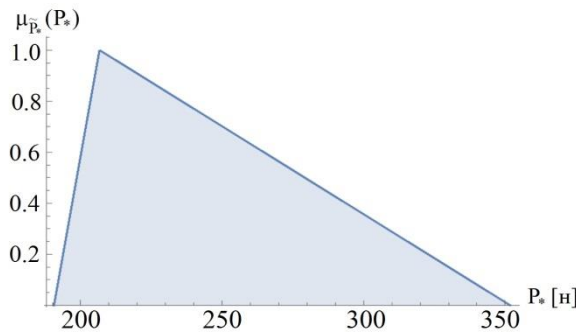


Рис. 1. Профиль $\mu_{\tilde{P}_*}(P_*)$

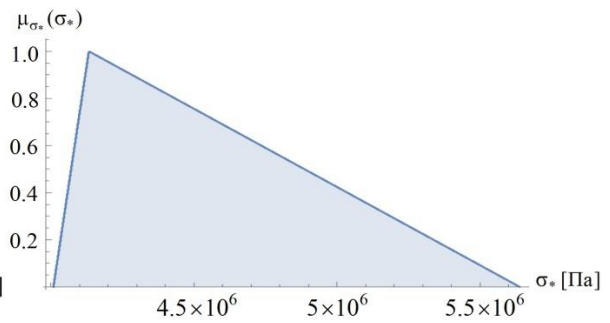


Рис. 2. Профиль $\mu_{\tilde{\sigma}_*}(\sigma_*)$

Список литературы

1. Atanackovic, T. M. Stability Theory of Elastic Rods / T.M Atanackovic. – Singapore: World Sci. Publ., 1997. – 440 p.
2. Павлыш, В.Н. Влияние разбросов значений исходных параметров в моделях изгибных форм потери устойчивости сжимаемых прямых стержней: нечетко-множественный подход / В. Н. Павлыш, С. В. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2020. – № 3 (72). – С. 43–56.
3. Hanss, M. Applied Fuzzy Arithmetic. An introduction with Engineering Application / M. Hanss. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. – 253 p.
4. Нгуен, Куок Ши. Исследование моделей высокотемпературной термостабилизации с нечеткими параметрами / Нгуен Куок Ши, Чан Ба Ле Хоанг, С.В. Сторожев. – Yelm, WA, USA: Science Book Publishing House, 2019. – 216 с.
5. Шевляков, А.О. Алгебраические операции с нечеткими треугольными числами с использованием алгебры двухкомпонентных чисел / Шевляков А.О. // Вестник ВГУ, Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2017. – № 1. – С. 149–153.

УЧЕТ НЕКОНТРАСТНОСТИ ПАРАМЕТРОВ В МОДЕЛИ НЕРАЗРУШАЮЩИХ РЕЖИМОВ ЛАЗЕРНОГО ОТЖИГА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛАСТИН

Павлыш В.Н.¹, д-р техн. наук, проф.,

Полянский Д.Д.², Сторожев С.В.², канд. экон. наук, доц.

¹ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ

²ГОУ ВО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,

г. Макеевка, РФ

s.v.storozhev@donnasa.ru

Введение. Современные технологии изготовления находящихся применение в лазерной технике пластин из диэлектрических и полупроводниковых материалов включают фазу устранения остаточных механических напряжений путем лазерного отжига их поверхностей. Применение данного технологического приема связано с определением параметров неразрушающих режимов отжига по уровням возникающих термомеханических напряжений на основе анализа моделей несвязанного термоупругого деформирования таких пластин, отдельные варианты которых исследованы в публикациях [1, 2]. При этом анализируемым моделям свойственна весьма высокая степень неопределенности в виде разбросов значений исходных физико-механических и геометрических параметров, которая должна быть учтена для эффективного применения получаемых расчетных данных в проектно-конструкторских разработках. В этой связи, целью настоящей работы является создание нечетко-множественного [3–5] численно-аналитического метода учета влияния разбросов значений исходных параметров на прогнозные оценки технологических характеристик процессов лазерного отжига, исходя из критерия формирования полей термомеханических напряжений неразрушающей интенсивности, со смягченными требованиями к характеру информации о неконтрастности входных параметров.

Расчетные соотношения детерминистической версии рассматриваемой модели. В представленной в работе [2] модели термонапряженного состояния пластины с толщиной координатой $-h/2 \leq z \leq h/2$ при лазерном отжиге посредством воздействия непрерывного излучения на поверхность $z = h/2$, исходными параметрами являются модуль Юнга E , коэффициент Пуассона ν , плотность ρ , коэффициенты теплопроводности λ , температуропроводности a и средний в интервале температур коэффициент линейного расширения α_T материала пластины; параметры начальной температуры T_0 и температуры отжига T_f ; коэффициент отражения от поверхности пластины R , плотности потоков падающего на поверхность q_0 и поглощенного q лазерного излучения.

Основными расчетными соотношениями для выходных параметров, получаемыми в рамках анализа данной модели [2], в свою очередь, являются соотношения для расчета поля температур по толщине пластины

$$T = F_1(\xi, \tau, T_0, q, h, a, \lambda) = T_0 + (qh/\lambda)\{\tau + ((12\xi^2 + 12\xi - 1)/24) - 2\pi^{-2} \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n n^{-2} \cos((2\xi + 1)n\pi/2) \exp(-\pi^2 n^2 \tau))\}, \quad \xi = z/h, \quad \tau = at/h^2; \quad (1)$$

для расчета поля напряжений по толщине пластины

$$\sigma_x(t, z) = \sigma_y(t, z) = F_2(t, z, E, \nu, a, q, h, \alpha_T, \lambda) = E\alpha_T qh(1-\nu)^{-1} \lambda^{-1} \left\{ \frac{1}{24} - \frac{1}{4} \xi^2 + 2\pi^{-2} \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n n^{-2} \cos((2\xi + 1)n\pi/2) \exp(-\pi^2 n^2 \tau)) - 24\pi^{-4} \xi \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^{-4} \exp(-\pi^2 n^2 \tau) \right\}; \quad (2)$$

для расчета приведенной координаты $\xi_{\max} = F_3(\tau)$ сечения, в котором возникают максимальные растягивающие напряжения из уравнения

$$F_4(\xi_{\max}, \tau, a, h) = -(\xi_{\max}/2) - 24\pi^{-4} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^{-4} \exp(-\pi^2 n^2 \tau) - \pi^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \sin((\xi + 2)n\pi/4) \exp(-\pi^2 n^2 \tau) = 0; \quad (3)$$

для расчета плотности мощности лазерного излучения q_T , вызывающего при действии напряжения σ_* разрушение пластины

$$q_T = F_5(\sigma_*, E, R, h, \nu, \lambda, \alpha_T, \xi_{\max}, \tau) = \sigma_*(1-\nu)\lambda((1-R)E\alpha_T h f_T(\tau))^{-1}, \quad (4)$$

$$f_T(\tau) = \frac{1}{24} - \frac{1}{4} \xi_{\max}^2 + 2\pi^{-2} \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n n^{-2} \cos((2\xi_{\max} + 1)n\pi/2) \exp(-\pi^2 n^2 \tau)) - 24\pi^{-4} \xi_{\max} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n^{-4} \exp(-\pi^2 n^2 \tau);$$

для расчета плотности мощности лазерного излучения q_f , обеспечивающего достижение температуры отжига T_f на поверхности пластины

$$q_f = F_6(R, h, \lambda, \tau, T_0, T_f) = (T_f - T_0)\lambda((1-R)h f_f(\tau))^{-1}, \quad f_f(\tau) = \tau + (1/3) - 2\pi^{-2} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-2} \exp(-\pi^2 n^2 \tau). \quad (5)$$

Нечетко-множественный подход к учету неконтрастности параметров модели. Исходным этапом применения метода нечетких множеств для учета разброса параметров в представленной модели является фазификация неконтрастных параметров с переходом к их представлениям в форме разложений по множествам α -срезов

$$\tilde{E} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{E}_\alpha, \bar{E}_\alpha], \quad \tilde{\nu} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\nu}_\alpha, \bar{\nu}_\alpha], \dots, \quad (6)$$

$$\tilde{R} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{R}_\alpha, \bar{R}_\alpha], \quad q = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{q}_\alpha, \bar{q}_\alpha], \quad \tilde{q}_0 = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{q}_{0\alpha}, \bar{q}_{0\alpha}],$$

где в случае описания неконтрастных исходных параметров гауссовыми нечеткими числами

$$\underline{E}_\alpha = E_* - E_{*l} \ln^{1/2} \alpha^{-2}, \quad \bar{E}_\alpha = E_* + E_{*r} \ln^{1/2} \alpha^{-2}, \dots, \quad (7)$$

$$\underline{q}_{0\alpha} = q_{0*} - q_{0*l} \ln^{1/2} \alpha^{-2}, \quad \bar{q}_{0\alpha} = q_{0*} + q_{0*r} \ln^{1/2} \alpha^{-2},$$

а при нечетко-интервальном описании

$$\underline{E}_\alpha = E_1(1-\alpha) + E_2\alpha, \quad \bar{E}_\alpha = E_3(1-\alpha) + E_4\alpha, \dots, \quad (8)$$

$$\underline{q}_{0\alpha} = q_{01}(1-\alpha) + q_{02}\alpha, \bar{q}_{0\alpha} = q_{03}(1-\alpha) + q_{04}\alpha.$$

Описание нечетко-множественной параметрической зависимости $\tilde{T}(\xi, \tau)$ на основе применения модифицированной версии эвристического принципа расширения, в предположении о четких значениях параметра h и с учетом справедливых во всей области определения $F_1(\xi, \tau, T_0, q, h, a, \lambda)$ оценок $\partial F_1 / \partial T_0 \geq 0$, $\partial F_1 / \partial q \geq 0$, может быть получено в виде

$$\tilde{T}(\xi, \tau) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [F_{1\alpha}(\xi, \tau), \bar{F}_{1\alpha}(\xi, \tau)], F_{1\alpha}(\xi, \tau) = \inf_{\substack{a \in [a_\alpha, a_\alpha] \\ \lambda \in [\lambda_\alpha, \lambda_\alpha]}} \{F_1(\xi, \tau, T_{0\alpha}, \underline{q}_\alpha, h, a, \lambda)\},$$

$$\bar{F}_{1\alpha}(\xi, \tau) = \sup_{\substack{a \in [a_\alpha, a_\alpha] \\ \lambda \in [\lambda_\alpha, \lambda_\alpha]}} \{F_1(\xi, \tau, \bar{T}_{0\alpha}, \bar{q}_\alpha, h, a, \lambda)\}.$$

Аналогично, с учетом оценок $\partial F_2 / \partial E \geq 0$, $\partial F_2 / \partial v \geq 0$, $\partial F_2 / \partial q \geq 0$, $\partial F_2 / \partial \lambda \leq 0$, $\partial F_2 / \partial \alpha_\tau \geq 0$ можно записать: $\tilde{\sigma}_x(t, z) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [F_{2\alpha}(t, z), \bar{F}_{2\alpha}(t, z)],$

$$\underline{F}_{2\alpha}(t, z) = \inf_{\substack{a \in [a_\alpha, a_\alpha] \\ h \in [h_\alpha, h_\alpha]}} \{F_2(t, z, \underline{E}_\alpha, \underline{v}_\alpha, a, \underline{q}_\alpha, h, \underline{\alpha}_{T\alpha}, \bar{\lambda}_\alpha)\},$$

$$\bar{F}_{2\alpha}(t, z) = \sup_{\substack{a \in [a_\alpha, a_\alpha] \\ h \in [h_\alpha, h_\alpha]}} \{F_2(t, z, \bar{E}_\alpha, \bar{v}_\alpha, a, \bar{q}_\alpha, h, \bar{\alpha}_{T\alpha}, \underline{\lambda}_\alpha)\}.$$

Описанным методом могут быть получены и нечетко-множественные обобщения расчетных соотношений (3)–(5) для анализа влияния разбросов исходных параметров на характеристики режимов лазерного отжига.

Список литературы

1. Коваленко, А. Ф. Метод определения неразрушающих режимов импульсного лазерного отжига диэлектрических и полупроводниковых пластин / А. Ф. Коваленко, А. А. Воробьев // Изв. вузов. Матер. электрон. техники. – 2014. – № 3. – С. 206–210.
2. Коваленко, А. Ф. Метод определения неразрушающих режимов лазерного отжига диэлектрических и полупроводниковых пластин / А. Ф. Коваленко, А. А. Воробьев // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. – 2015. – Т. 18, № 2. – С. 127–132.
3. Hanss, M. Applied Fuzzy Arithmetic. An introduction with Engineering Application / M. Hanss. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. – 253 p.
4. Бобков, В. И. Подход к исследованию теплопроводности нечеткими численными методами в условиях неопределенности теплофизических характеристик / В. И. Бобков, В. В. Борисов, М. И. Длин // Сист. управл., связи и безопасн. – 2017. – № 3. – С. 73–83.
5. Нгуен, Куок Ши. Исследование моделей высокотемпературной термостабилизации с нечеткими параметрами / Нгуен Куок Ши, Чан Ба Ле Хоанг, С. В. Сторожев. – Yelm, WA, USA: Science Book Publishing House, 2019. – 216 с.

ИЗГИБНЫЕ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ ИЗ СОСТЫКОВАННЫХ ПОД УГЛОМ ШАРНИРНО ОПЕРТЫХ ПОЛУПОЛОС

Пачева М.Н., Дубяго Л.В., Сторожев В.И., д-р техн. наук, проф.
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
stvi@donnu.ru

Введение. Исследование закономерностей прохождения волн деформаций по упругим телам-волноводам сложной конфигурации [1, 2], в том числе по составным волноводам с изменением ориентации направления распространения (волноводам с изломами), представляет самый значительный интерес в теоретическом и прикладном отношении. Практическое применение результаты анализа таких задач находят в ряде отраслей промышленного проектирования и расчета компонентов акустоэлектронной техники, устройств неразрушающего ультразвукового контроля и ультразвуковой сварки, а также в ряде других конструкторских областей. При этом в наибольшем числе исследованных моделей этого типа рассматриваются процессы распространения сдвиговых упругих волн [3–6], а применительно к волноводам изгибных волн рассматриваемая проблема остается преимущественно открытой.

В контексте представленных соображений, целью настоящей работы является получение численно-аналитического решения задачи о прохождении изгибной упругой волны по волноводу в виде состыкованных под углом ортотропных пластин в форме полуслоя, деформирование которых описывается прикладной теорией [7].

Получение расчетных соотношений для интенсивностей волновых полей. Базовым для решения рассматриваемой задачи является общее представление функции прогиба $W(x_1, x_2, t)$ в изгибных волнах вдоль направления Ox_1 в ортотропной шарнирно опертой по кромкам $x_2 = \pm a$ тонкой пластине-слое со срединной плоскостью, занимающей область $V = \{x_1 \in (-\infty, +\infty), x_2 \in [-a, a]\}$. Это представление может быть записано в виде

$$W(x_1, x_2, t) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n=1}^4 c_{cpn} \cdot \cos(\delta_p x_2) \exp(-i(\omega t - k_{cpn} x_1)) + \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{n=1}^4 c_{spn} \sin(\lambda_p x_2) \exp(-i(\omega t - k_{spn} x_1)), \quad (1)$$

где $\delta_p = (2p+1)\pi/a$, $\lambda_p = p\pi/a$, k_{cpn} – корни полиномиального уравнения

$$D_{11}k_{cpn}^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\delta_p^2 k_{cpn}^2 + D_{22} = 0; \quad (2)$$

k_{spn} – корни полиномиального уравнения

$$D_{11}k_{spn}^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\lambda_p^2 k_{spn}^2 + D_{22} = 0; \quad (3)$$

c_{cpn} , c_{spn} – произвольные коэффициенты.

Фрагментами рассматриваемого составного волновода со срединной плоскостью $V = V_- \cup V_+$ являются полуполоса $V_- = \{x_1 \leq 0, x_2 \in [-a, a]\}$ и полуполоса

со скошенной боковой границей $V_+ = \{\tilde{x}_1 \geq \tilde{x}_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha, \tilde{x}_2 \in [-\tilde{a}, \tilde{a}]\}$, продольная ось $O\tilde{x}_1$ которой наклонена по отношению к оси Ox_1 на угол α . Этот угол интерпретируется как угол стыковки полуполос в составном волноводе. Соотношение связи для координат (x_1, x_2) и $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$ имеет известный вид

$$\tilde{x}_1 = x_1 \cos \alpha + x_2 \sin \alpha, \quad \tilde{x}_2 = -x_1 \sin \alpha + x_2 \cos \alpha. \quad (4)$$

Граница Γ контакта полуполос, таким образом имеет описание

$$\Gamma = \{x_1 = 0, x_2 \in [-a, a]\} = \{\tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha, \tilde{x}_2 \in [\tilde{a}, \tilde{a}]\}. \quad (5)$$

При этом на Γ $\tilde{x}_2 = x_2 / \cos \alpha$ и, соответственно, $\tilde{a} = a / \cos \alpha$.

Коэффициенты c_{cpn} , c_{spn} в представлении (1) подлежат определению из функциональных граничных условий идеального механического контакта для амплитудных характеристик напряженно-деформированного состояния сопрягаемых элементов – полуполос при изгибном деформировании в области $x_2 \in [-a, a]$:

$$F_1(x_2) = (W_-(0, x_2))_\Gamma - (W_+(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2))_\Gamma = 0, \quad (6)$$

$$F_2(x_2) = (\partial W_-(0, x_2) / \partial x_1)_\Gamma - (\partial W_+(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) / \partial \tilde{n})_\Gamma = 0, \quad (7)$$

$$F_3(x_2) = (M_{11-}(0, x_2))_\Gamma - (M_{\tilde{n}+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2))_\Gamma = 0, \quad (8)$$

$$F_4(x_2) = (N_{1-}(0, x_2) + \partial M_{12-}(0, x_2) / \partial x_2)_\Gamma - (N_{\tilde{n}+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + \partial M_{\tilde{n}\tilde{s}+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) / \partial \tilde{s})_\Gamma = 0. \quad (9)$$

При записи соотношений (7) – (9) используются выражения

$$\partial / \partial \tilde{n} = -\cos \alpha \cdot \partial / \partial \tilde{x}_1 + \sin \alpha \cdot \partial / \partial \tilde{x}_2, \quad (10)$$

$$M_{11-}(0, x_2, t) = -((D_{11}\partial_1^2 + D_{12}\partial_2^2)W(x_1, x_2, t))_\Gamma, \quad \partial_j = \partial / \partial x_j,$$

$$M_{12-}(0, x_2, t) = -(2D_{66}\partial_1\partial_2W(x_1, x_2, t))_\Gamma,$$

$$N_{1-}(0, x_2, t) = -((D_{11}\partial_1^3 + (D_{12} + 2D_{66})\partial_1\partial_2^2)W(x_1, x_2, t))_\Gamma,$$

$$M_{\tilde{n}+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) = (1/2)(M_{11+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) + M_{22+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t)) +$$

$$+ (1/2)(M_{11+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) - M_{22+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t)) \cos 2\alpha - M_{12+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) \sin 2\alpha,$$

$$M_{\tilde{n}\tilde{s}+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) = (1/2)(M_{11+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) - M_{22+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t)) \sin 2\alpha + M_{12+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) \cos 2\alpha,$$

$$M_{22+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) = M_{22+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) = -(D_{12}\tilde{\partial}_1^2 + D_{22}\tilde{\partial}_2^2)W(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t), \quad \tilde{\partial}_j = \partial / \partial \tilde{x}_j,$$

$$N_{\tilde{n}+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) = N_{1+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t)(-\cos 2\alpha) + N_{2+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) \sin 2\alpha,$$

$$N_{2+}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t) = -(D_{22}\tilde{\partial}_2^3 + (D_{12} + 2D_{66})\tilde{\partial}_1^2\tilde{\partial}_2)W(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, t).$$

В соотношениях (2), (3), (10) для коэффициентов характеристических уравнений и характеристик напряженного состояния плиты толщины $2h$ содержатся параметры изгибных жесткостей $D_{ij} = (2h^3/3)b_{ij}$, где $b_{11} = a_{22}a_{66}\Delta^{-1}$, $b_{12} = -a_{12}a_{66}\Delta^{-1}$, $b_{22} = a_{11}a_{66}\Delta^{-1}$, $b_{66} = (a_{11}a_{22} - a_{12}^2)\Delta^{-1}$, $b_{11} = a_{22}a_{66}\Delta^{-1}$, $\Delta = (a_{11}a_{22} - a_{12}^2)a_{66}$, а величины $\Gamma = \{x_1 = 0, x_2 \in [-a, a]\} = \{\tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha, \tilde{x}_2 \in [\tilde{a}, \tilde{a}]\}$ альтернативно выражаются через технические упругие постоянные ортотропного материала пластины в виде модулей Юнга, модулей сдвига и коэффициентов Пуассона [7].

Алгебраизация функциональных уравнений (6)–(9) и сведение их к системе линейных алгебраических уравнений относительно

коэффициентов c_{cprn} , c_{sprn} реализуется с применением метода ортогональных рядов. При этом записывается серия соотношений

$$\int_{-a}^a F_j(x_2) \cdot \cos(p\pi x_2/a) dx_2 = 0 \quad (j = \overline{1, 4}; p = 0, N_p); \quad \int_{-a}^a F_j(x_2) \cdot \sin(q\pi x_2/a) dx_2 = 0 \quad (j = 1, 4; q = 1, N_q); \quad (11)$$

которые в совокупности образуют искомую систему линейных алгебраических уравнений. Соответственно, при этом суммы в представлении (1) редуцируются до пределов Q_{p1} и Q_{p2} , и для введенных в (1) и (11) параметров пределов суммирования должно выполняться условие $N_p + N_q = Q_{p1} + Q_{p2}$.

После определения из данной системы линейных алгебраических уравнений значений коэффициентов c_{cprn} , c_{sprn} для задаваемой совокупности исходных параметров рассматриваемой модели, реализуется расчет требуемых характеристик волнового процесса.

Список литературы

1. Гринченко, В. Т. Основы акустики / В. Т. Гринченко, И. В. Волк, В.Т. Маципура – К.: Наук. думка. – 2007. – 640 с.
2. Болнокин, В. Е. Изгибные волны в окружном направлении кольцевой трансверсально-изотропной пластины с закрепленными краями / В. Е. Болнокин, А. В. Глущенко, Л. В. Дубяго, В. И. Сторожев // Журнал теорет. и прикладной механики. – 2021. – № 4 (77). – С. 35–43.
3. Сторожев, В. И. Эффекты отражения и преломления нормальных волн сдвига в анизотропном упругом волноводе из состыкованных под углом полуслоев / В. И. Сторожев, Е. Ю. Павлюшина // Вестн. Донецк. ун-та. Сер. А. Естеств. науки. – 2008, №2 – С. 69–74.
4. Пачева, М. Н. Сдвиговые волны в анизотропном упругом слое с участком зигзагообразного излома / М. Н. Пачева // Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела: тр. VII Междунар. науч. конф. (п. Мелекино, 11–14 июня 2013 г.). – Донецк: ДонНУ, 2013. – Т. 2. – С. 99–103.
5. Пачева, М. Н. Моделирование волновых процессов в изотропном волноводе из состыкованных под углом полуслоев / М. Н. Пачева // Современные тенденции развития математики и ее прикладные аспекты–2015: матер. IV Междунар. научн.-практ. интернет-конф. (25 мая 2015 р.). – Донецк: ДонНУЭТ, 2015. – С. 51–54.
6. Пачева, М. Н. Модифицированная методика алгебраизации краевых условий в задаче о распространении упругой волны сдвига по волноводу из состыкованных под углом полуслоев / М. Н. Пачева, В. И. Сторожев, А. С. Телевной // Журнал теорет. и прикладной механики. – 2017. – № 2(59). – С. 65–74.
7. Родионова, В.А. Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек / В.А. Родионова, Б.Ф. Титаев, К.Ф. Черных. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 1996. – 280 с.

ЗАДАЧА О ДВИЖЕНИИ УПРУГОГО ЭЛЛИПСОИДА

Судаков С.Н., д-р физ.-мат. наук

ГБУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ

sudakov@iamm.su

Введение. Рассматривается задача о движении вокруг неподвижной точки упругого тела эллипсоидальной формы в предположении, что на тело наложены связи, допускающие только однородные деформации, при которых тело сохраняет эллипсоидальную форму. Вращение тела вокруг центра масс описывается тремя обобщенными координатами, за которые принимаются углы Эйлера. Упругие деформации описываются шестью обобщенными координатами, за которые принимаются компоненты тензора деформаций. Движение тела описывается уравнениями Лагранжа 2-го рода. В качестве примера исследованы упругие деформации, возникающие при равномерных вращениях тела вокруг главной оси.

Будем исследовать движение вокруг центра масс упругого тела, которое в неподвижном состоянии имеет форму эллипсоида. Плотность тела читается одной и той же во всех его точках. Полагаем, что на эллипсоид наложены связи, допускающие только такие деформации, при которых компоненты тензора деформаций не зависят от координат. При этих предположениях упругое тело всегда будет иметь эллипсоидальную форму и его центр масс будет находиться в центре эллипсоида, являющегося его границей.

Постановка задачи. Обозначим через $O\xi_1\xi_2\xi_3$ неподвижную прямоугольную декартову систему координат. Через $Ox_1x_2x_3$ обозначим подвижную декартову систему координат, у которой ее начало O является неподвижной точкой. С подвижными осями $Ox_1x_2x_3$ свяжем упругое тело так, что при отсутствии деформаций уравнение $x_1^2/c_1^2 + x_2^2/c_2^2 + x_3^2/c_3^2 = 1$ описывает его поверхность, где c_1, c_2, c_3 – константы. Положение осей $Ox_1x_2x_3$ относительно $O\xi_1\xi_2\xi_3$ зададим углами Эйлера φ, ψ, θ , где угол нутации θ определен как угол между полуосями $O\xi_3$ и Ox_3 , угол прецессии ψ – это угол между полуосью $O\xi_1$ и линией пересечения плоскостей $O\xi_1\xi_2$ и Ox_1x_2 .

Компоненты тензора деформаций упругого тела q_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$, считаем независимыми от координат x_1, x_2, x_3 и удовлетворяющими условиям $q_{ij} = q_{ji}$, $i, j = 1, 2, 3$, $i \neq j$. Произвольная точка M упругого тела,

при условии $q_{ij} = 0$, $i, j = 1, 2, 3$, имеющая в связанных с телом осях $Ox_1x_2x_3$ координаты x_1^0, x_2^0, x_3^0 , при наличии деформаций будет иметь измененные значения координат

$$x_i = x_i^0 + \sum_{j=1}^3 q_{ij} x_j^0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

В формуле (1) координаты x_1^0, x_2^0, x_3^0 не зависят от времени t , но компоненты тензора деформаций q_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$, могут быть функциями времени. Поэтому, дифференцируя равенство (1) по t , получаем выражения для компонент скорости $u = (u_1, u_2, u_3)$ рассматриваемой точки $M(x_1, x_2, x_3)$ тела относительно осей $Ox_1x_2x_3$:

$$u_i = \sum_{j=1}^3 \dot{q}_{ij} x_j^0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Переносная скорость \mathbf{v}_i движения точки $M(x_1, x_2, x_3)$ тела имеет вид $\mathbf{v}_t = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}$, $\boldsymbol{\omega}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ – вектор угловой скорости осей $Ox_1x_2x_3$ относительно $O\xi_1\xi_2\xi_3$; $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$. Проекции $\boldsymbol{\omega}$ на оси $Ox_1x_2x_3$ задаются формулами

$$\omega_1 = \dot{\psi} \sin \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi, \quad \omega_2 = \dot{\psi} \sin \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi, \quad \omega_3 = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi}. \quad (3)$$

В координатной форме равенство $\mathbf{v}_t = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}$ принимает вид

$$\tilde{v}_1 = \omega_2 x_3^0 - \omega_3 x_2^0 + \omega_2 \sum_{j=1}^3 q_{3j} x_j^0 - \omega_3 \sum_{j=1}^3 q_{2j} x_j^0 \quad (123), \quad (4)$$

где символ (123) означает, что остальные координаты получаются циклической перестановкой индексов 1, 2, 3. Выражения (4) представим как

$$\tilde{v}_i = v_{i1} x_1^0 + v_{i2} x_2^0 + v_{i3} x_3^0, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} v_{11} &= \omega_2 q_{31} - \omega_3 q_{21}, \quad v_{12} = -\omega_3(1 + q_{22}) + \omega_2 q_{32}, \quad v_{13} = \omega_2(1 + q_{33}) - \omega_3 q_{23}; \\ v_{21} &= \omega_3(1 + q_{11}) - \omega_1 q_{31}, \quad v_{22} = \omega_3 q_{12} - \omega_1 q_{32}, \quad v_{23} = -\omega_1(1 + q_{33}) + \omega_3 q_{13}; \\ v_{31} &= -\omega_2(1 + q_{11}) + \omega_1 q_{21}, \quad v_{32} = -\omega_1(1 + q_{22}) - \omega_2 q_{12}, \quad v_{33} = \omega_1 q_{23} - \omega_2 q_{13}. \end{aligned} \quad (6)$$

Имеем компоненты абсолютной скорости, сложением соответствующих компонент относительной скорости (2) и переносной скорости (5), в виде $v_i = \sum_{j=1}^3 (\dot{q}_{ij} + v_{ij}) x_j^0$, $i = 1, 2, 3$, и кинетическую энергию

$$T = \frac{\rho}{2} \int_Q (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) dQ, \quad \text{где } v_{ij} \text{ определены формулами (6), } Q \text{ – объем,}$$

занимаемый телом при отсутствии деформаций. Выполнив

интегрирование, представим кинетическую энергию как

$T = \frac{m}{10} \sum_{i,j=1}^3 c_j^2 (\dot{q}_{ij} + v_{ij})^2$. Выражение для потенциальной энергии имеет вид [1, с. 344]

$$H = Q[0,5(\lambda - 2\mu)(q_{11} + q_{22} + q_{33})^2 - 2\mu(q_{11}q_{22} + q_{22}q_{33} + q_{33}q_{11} - q_{12}q_{21} - q_{23}q_{32} - q_{31}q_{13})], \quad (7)$$

где $2\mu = m_1 E / (1 + m_1)$, $\lambda = m_1 E / ((m_1 + 1)(m_1 - 2))$, E – модуль Юнга, m_1 – коэффициент Пуассона.

Введем функцию Лагранжа $L = T - H$. Уравнения движения укажем как $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0$ ($\phi, \psi, \theta, q_{11}, q_{22}, q_{33}, q_{12}, q_{23}, q_{31}$), где последний символ

означает, что остальные уравнения получатся циклической перестановкой взятых в скобки символов. При этом необходимо учитывать, что величины q_{ij} и q_{ji} , $i \neq j$, представляют одну и ту же обобщенную координату.

Заключение.

1. Полученные результаты расчета деформаций упругого шара, равномерно вращающегося вокруг одной из его осей, показывают, что при достаточно малых скоростях вращения шар становится сплюснутым эллипсоидом вращения. При увеличении скорости вращения сплюснутость возрастает до некоторого предела. При дальнейшем увеличении скорости сплюснутость начинает уменьшаться и сплюснутый эллипсоид снова становится шаром. Затем дальнейшее увеличение скорости приводит к тому, что шар переходит в вытянутый эллипсоид вращения, вытянутость которого возрастает с ростом скорости. Для наших целей интерес представляют достаточно малые скорости вращения, при которых наблюдается рост сплюснутости с ростом скорости.

2. В работе рассмотрен шар достаточно малых размеров. Для применения изложенного подхода к таким объектам как Земля, необходимо ввести в задачу силы гравитации и сделать предположение о несжимаемости упругой среды. Это, в свою очередь, приведет к снижению числа обобщенных координат, описывающих деформации, с шести до пяти.

3. Изложенный подход позволяет ввести в тело эллипсоидальную полость, граница которой подобна внешней границе тела и соосна с ней. Если материал упругого эллипсоида несжимаем, то полость будет иметь неизменный объем и может быть заполнена несжимаемой жидкостью, совершающей однородное вихревое движение.

Список литературы

1. Кочин, Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления / Н. Е. Кочин. – Москва : Изд-во АН СССР, 1951. – 428 с.

Информационно-документационное обеспечение управления

УДК 651.4/9:004

ЭЛЕКТРОННЫЙ ДОКУМЕНТООБОРОТ КАК СПОСОБ ОПТИМИЗАЦИИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ ИННОВАЦИОННО- АКТИВНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Балдынюк А.И.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
h.baldyniuk@donnu.ru

Введение. В деятельности инновационно-активного предприятия (ИАП) документы являются важнейшим средством коммуникации, внутренней (между подразделениями и сотрудниками) и внешней (другие ИАП, государство, заказчики услуг) среды. Однако существует множество проблем, связанных с систематизацией, использованием и хранением документов, такие как: утеря, накопление множества документов, затрата большого количества временных ресурсов на поиск и создание документов. Решением перечисленных проблем может служить внедрение электронного документооборота (ЭДО).

Основная часть. Электронный документооборот (ЭДО) представляет собой систему автоматизированных процессов, связанных с обработкой электронных документов, которая реализует концепцию «безбумажного делопроизводства» с помощью информационных технологий.

Использование ЭДО позволяет ИАП получить преимущества [1; 2]:

- осуществление однократной регистрации документов, что позволяет безошибочно идентифицировать документ в системе;
- возможность параллельного выполнения множества операций, что сокращает время движения документа и повышает оперативность исполнения процессов;
- возможность определить ответственного за исполнение документа на любом этапе осуществления научно-технических разработок и других процессов;
- исключение дублирование документов за счет единой базы;
- осуществление оперативного и эффективного поиска документа при наличии о нем минимального количества информации;
- возможность осуществлять эффективную систему отчетности, что позволяет контролировать движение документов на любом этапе документооборота.

В деятельности ИАП выделяют следующие виды ЭДО, а именно: управленческий; производственный; технологический; бухгалтерский; кадровый и конфиденциальный.

Необходимые функции ЭДО определяются задачами, которые стоят перед автоматизацией документооборота в деятельности ИАП.

Эффективность использования ЭДО оценивается по количественным и качественным показателям. Количественные показатели измеряются и оцениваются с точки зрения материальных и временных затрат, а именно:

- уменьшение времени на обработку и создание документов в среднем на 75%;

- ускорение движения информационных потоков: передача документа из подразделения в подразделение или другим предприятиям, подготовка типовых документов, согласование и оперативность распространения информации внутри ИАП;

- сокращение расходов на расходные материалы и хранение документов [2; 3].

Качественные показатели, как правило, оцениваются исходя из развития и улучшения сфер деятельности ИАП, происходит:

- рост производительности труда сотрудников до 25%, за счет единого информационного пространства, эффективного контроля за процессом исполнения документов и упрощения коллективной работы сотрудников над инновационными проектами;

- снижение рисков потери документов;

- увеличение оперативности согласования документов;

- увеличение скорости утверждения документов [2; 3].

Эффект от внедрения ЭДО в ИАП будет тем больше, чем больше сотрудников будут использовать ЭДО.

В процессе внедрения ЭДО в деятельность ИАП возникают проблемы и имеются риски, которые могут привести к нарушению сроков запуска проекта, увеличению бюджета, частичному достижению целей.

Специфика рисков при внедрении ЭДО обусловлена тем, что за незначительный промежуток времени необходимо не только внедрить новую систему документооборота, но и перевести сотрудников на новейшие и непривычные для них формы работы.

Для того, чтобы избежать проблем при организации ЭДО, необходимо разработать алгоритм внедрения ЭДО в деятельность ИАП, а именно:

- проанализировать деятельность ИАП, выявить имеющиеся ресурсы для внедрения ЭДО;

- осуществить разработку технического задания;

- проанализировать рынок и осуществить выбор IT-решения, которое наилучшим образом подходит ИАП;

- описать бизнес-процессы, которые будут задействованы в ЭДО;

- составить сметы, графики, список необходимых ресурсов для внедрения ЭДО и общего плана работ;
- осуществить обучение сотрудников ИАП;
- поэтапно осуществить внедрение ЭДО;
- осуществить тестирование ЭДО и при необходимости внести коррективы;
- запустить ЭДО в эксплуатацию.

Заключение. Внедрение СЭД в деятельность ИАП является не только инноваций, которая дает существенный экономический эффект, повышая оперативность работы сотрудников ИАП, но и является существенным шагом к современному управлению информационными потоками.

Список литературы

1. Туккель, И. Л. Методы и инструменты управления инновационным развитием промышленных предприятий / И. Л. Туккель – СПб.: БХВ-Петербург, 2013. – 208 с. – Текст : непосредственный.
2. Виды систем электронного документооборота. – 2022. – URL: http://orbrm.ru/articles/vidy_system_elektronnoego_dokumentooborota/ (дата обращения: 20.09.2022). – Текст : электронный.
3. Электронный документооборот как способ оптимизации бизнес-процессов. – 2022. – URL: <https://scienceforum.ru/2019/article/2018014584> (дата обращения: 20.09.2022). – Текст : электронный.

УДК 004.4

ЦИФРОВЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ОПЕРАЦИОННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ

Гайдарь Е.В., канд. экон. наук

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

e.gaydar@donnu.ru

Введение. Современные интеграционные процессы бизнес-структур в мировом информационном пространстве выступают одним из приоритетных факторов их эффективной деятельности и поддержания конкурентоспособности в рыночных условиях. Стремительное развитие информационно-коммуникационных технологий и инноваций актуализирует вопросы исследования современных информационных систем и технологий в условиях цифровой трансформации бизнеса.

Цель исследования – разработка комплекса актуальных цифровых инструментов для повышения операционной эффективности предприятий.

Основная часть. Информационные технологии и системы – это инструмент управления, который, служит для координации и контроля хода бизнес-процессов при достижении целей. Простое владение этим инструментом, как и любым другим, не гарантирует успеха, однако, низкий уровень развития компетенций в области информационного менеджмента может привести к потере конкурентоспособности, снижению доли рынка и низкой эффективности финансово-хозяйственной деятельности предприятия.

Совокупность современных информационных технологий и платформ приводит к образованию новых социальных моделей взаимодействия с цифровыми данными, что приводит к созданию инновационных экономических технологий. Данные технологии включают в себя новые средства и методы обработки данных, которые в свою очередь организовывают целые технологические платформы для целенаправленного создания, передачи, хранения и отображения данных, идей, и знаний [1, с. 104].

Основу цифровой трансформации бизнеса, как отмечает О.М. Комарова, составляют: «...процедуры перехода на новые IT-технологии такие как: телекоммуникационные сети, распределенные базы данных, экспертные системы, квантовое программирование, интерактивные видеодиски, автоматическое индексирование и отслеживание приводит к смене правил работы с информацией и правил работы всей компании, преобразуя до 80% повседневной рутинной работы в цифровой программный код (например, RPA-технология, блокчейн технологии, NLP-технология, технологии имитационного моделирования, технологии семантического анализа-Simulation Modelling) воспринимаемый и обрабатываемый искусственным интеллектом и программными роботами» [2, с. 1555].

В цифровую эпоху лидеров рынка определяет не многолетняя история успеха, не стоимость активов, не количество патентов или доступ к капиталу, а способность меняться и своевременно адаптировать свой бизнес к новым условиям бизнес-среды [3, с. 22]. Цифровая трансформация проходит как на глобальном уровне экономики, так и на уровне отдельных предприятий.

Проведенный комплексный анализ специализированных информационных систем и технологий, которые используются на современных предприятиях, позволил сгруппировать современные цифровые инструменты (системы, продукты, программные решения), которые могут быть использованы на предприятиях различных сфер экономической деятельности для решения ключевых задач оперативного управления (табл. 1).

Следует отметить, что ряд приведенных в таблице 1 информационных технологий, сегодня внедрены в практику ведущих

предприятий и отражают уровень их цифровой трансформации, обеспечивающие определенный положительный эффект.

Таблица 1

Цифровые инструменты для повышения операционной эффективности предприятий

Задача	Цифровые инструменты
Взаимодействие с поставщиками	Системы SCM (Supply Chain Management)
Взаимодействие с заказчиками (потребителями)	Системы CRM (Customer Relationships Management)
Управление ресурсами	ERP (Enterprise Resources Planning)
Управление бизнес-процессами	BPM-системы (Business process management)
Анализ данных	Технологии Big Data Data mining OLAP-cube облачные вычисления Google Analytics, др.
Бизнес-аналитика	CRM-системы дашборды для оценки ключевых показателей
Управление производством (контроль, хранение и предоставление необходимой информации)	Системы PLM (Product Lifecycle Management) системы PDM (Product Data Management) цифровые датчики GIS-технологии и др.
Маркетинговая аналитика, реклама и поисковая оптимизация	Цифровые инструменты интернет-маркетинга использование инструментов Google Analytics, Google Adwords SEO SMM Чат-боты для общения с покупателями виртуальная или дополненная реальность
Сбор данных о потребностях клиентов	
Поиск новых способов привлечения клиентов	
Расширение каналов сбыта	

Цифровые технологии последнего десятилетия позволяют оптимизировать возможности стремительного конкурентного развития предприятий. В то же время, они требуют изменения существующих моделей управления, переформатирования коммуникаций, технологий и организационных структур предприятий на основе новых ценностей, приоритетов и ориентиров, основанных на партнерстве, клиентоориентированности, инновационности и синергии.

Информационные системы и технологии в современной цифровой среде позволяют постоянно поддерживать контакты с сотрудниками, клиентами или поставщиками и другими стейкхолдерами. Использование интернета и цифровых технологий снижает время на поиск качественной информации, сводит транзакционные издержки практически к нулю, что существенно повышает производительность труда и эффективность использования капитала.

Заключение. Таким образом, цифровая трансформация бизнеса может быть реализована при условии создания определенной материально-

телекоммуникационной базы, программных, информационных продуктов для разработки, хранения, передачи и получения цифровой информации; обучения персонала для работы с этими продуктами и активного их использования в профессиональной деятельности. Проведенное исследование показало, что на рынке информационных услуг сегодня существует достаточно большое количество альтернативных программных продуктов, которые в значительной степени способны восполнить пробелы информационного обеспечения современных предприятий.

Список литературы

1. Дунаевский, А. С. Цифровизация как новый метод формирования информационных технологий, влияющих на экономику / А. С. Дунаевский. – Текст : непосредственный // World science: problems and innovations: сборник статей XXXI Международной научно-практической конференции. В 2 ч. Ч. 1. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». – 2019. – С. 103-105.
2. Комарова, О. М. К вопросу об установках и концепции понимания процессов воспроизводства и развития цифрового общества / О. М. Комарова. – Текст : непосредственный // Конкурентоспособность в глобальном мире: экономика, наука, технологии. – 2017. – №11(58). – С. 1555-1558.
3. Абдрахманова, Г. И. Цифровая экономика: краткий статистический сборник. – М. : Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 2018. – 97 с. – Текст : непосредственный.

УДК 651.4

К ПРОБЛЕМЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ ПЛАТФОРМ ДЛЯ КРАУДФАНДИНГА В СЕТИ ИНТЕРНЕТ

Коробейникова К.В., канд. экон. наук

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

k.korobeinikova@donnu.ru

Введение. В настоящее время общепринято международное определение «краудфандинга» как деятельности по сбору средств для поддержки определенного проекта от большого числа сторонников («общественности») обычно через интернет-платформы.

В краудфандинговой деятельности обычно участвуют три стороны: инициаторы или эмитенты, то есть лица или организации, которым нужны средства и которые инициируют проекты для получения средств общественности, сторонников или неуказанных социальных групп, которые поддерживают проект и предоставляют средства; краудфандинговая платформа, как правило, веб-сайт, через который промоутеры и публика осуществляют взаимодействие.

На международном уровне краудфандинг рассматривается как публичное предложение краудфандинга, который в основном опирается на Интернет.

Основная часть. Федеральный закон «О цифровых финансовых активах, цифровой валюте и о внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации» от 31.07.2020 N 259-ФЗ регламентирует оборот цифровых активов, которые могут быть приняты в качестве средства платежа, не являющегося денежной единицей РФ, денежной единицей иностранного государства, международной денежной или расчетной единицей, и в качестве инвестиции [1].

Использование цифровых платформ для краудфандинга в сети Интернет может включать четыре категории: краудфандинг акций, краудфандинг вознаграждений, краудфандинг пожертвований и краудфандинг долговых обязательств [2, 3]. Однако, поскольку долговой краудфандинг часто рассматривается как P2P и, как правило, не входит в сферу краудфандинга, краудфандинг в общем смысле в основном включает три режима: собственный капитал, вознаграждение и пожертвование.

1. Краудфандинг акций, основанный на собственном капитале. Краудфандинг акций в основном относится к сбору средств для обычных инвесторов через Интернет и другие каналы. С точки зрения гарантии, краудфандинг акций можно разделить на две категории: краудфандинг необеспеченных акций и краудфандинг обеспеченных акций. Среди них необеспеченный краудфандинг капитала означает, что инвесторы не предоставляют соответствующих гарантий капитала от сторонних компаний в процессе краудфандинга, в то время как обеспеченный означает, что во время краудфандинга проектов третья сторона предоставляет инвесторам гарантийную ответственность за фиксированную сумму на определенный промежуток времени. В настоящее время подавляющее большинство краудфандинга акций – это краудфандинг необеспеченных акций.

2. Краудфандинг вознаграждения, также известный как краудфандинг продукта, означает, что инвесторы вкладывают средства в разработку определенного продукта (или услуги) и ожидают, когда продукт (или услуга) начнет продаваться, а сборщик средств предоставит разработанный продукт (или услугу) инвестору бесплатно или ниже себестоимости в соответствии с условиями договора.

Краудфандинговые платформы с вознаграждением можно разделить на две категории: одна – комплексная платформа с диверсифицированными проектами, такими как Планета, Бумстартер, Альфа-Поток, Kroogi, StartTrack и др. Из-за большого количества проектов и большого количества пользователей, финансовые возможности относительно высоки. Вторая категория – это профессиональные краудфандинговые платформы, ориентированные на конкретные отрасли и области, такие как платформы высокотехнологичного краудфандинга,

музыкальный краудфандинг Letong Music и т. д. Эти платформы специализируются в одной профессиональной области. Несмотря на то, что общий масштаб данного вида краудфандинга невелик, он имеет большое влияние в отдельных областях.

В качестве примера можно рассмотреть краудфандинг платформы Планета. Инициаторы проектов, прошедшие аутентификацию под своими настоящими именами, размещают проектные заявки на платформе, сопоставляют видео заявки и сопутствующие материалы и публикуют их после их проверки платформой. Заинтересованные инвесторы могут делать инвестиции. Если период сбора средств закончился и сумма привлеченных средств меньше целевой суммы, проект не будет участвовать в торгах, а средства будут возвращены инвестору; если сумма привлеченных средств больше или равна целевой сумме, проект будет рассматриваться как заявка, а привлеченные средства будут использованы в качестве стартового капитала согласно проектному договору. После того, как спонсор использует начальные средства для завершения проекта, ранее обещанные доходы возвращаются инвесторам, а оставшиеся средства остаются у инициатора проекта. В случае провала проекта оставшиеся средства будут возвращены инвесторам. Конечно, доля стартового капитала варьируется от платформы к платформе, и некоторые платформы даже переводят весь привлеченный капитал на счет промоутера в качестве стартового капитала.

Поскольку модель прибыли краудфандинговой платформы, основанной на вознаграждениях, в основном основана на взимании комиссий за обработку, она не включает передачу капитала, поэтому нет никаких подозрений в незаконном сборе средств и политического риска.

3. Краудфандинг пожертвования, также известный как краудфандинг общественного благосостояния относится к типу финансирования, в котором нуждающиеся лица сами подают заявки. Платформы с должной осмотрительностью проверяют ситуацию и иницируют проекты онлайн для сбора средств. К наиболее известным цифровым платформам на основе общественного благосостояния в РФ относится Sbordeneg. Этот вид финансирования является некоммерческим, и донору не нужно возвращать деньги.

Что касается социальных проектов, краудфандинг общественного благосостояния в основном включает пять категорий: медицинская помощь, воспитание детей, помощь в обучении, защита окружающей среды. В отличие от потребностей в помощи, он в основном включает три категории: сбор финансовых средств, сбор материальных ресурсов и набор добровольцев. При сборе пожертвований через краудфандинговую платформу в определенной степени достигается бесприоритетная ситуация для отдельных лиц, предприятий и организаций общественного благосостояния.

Заключение. По сравнению с размером рынка P2P масштаб краудфандинга явно невелик. Однако в условиях растущего потребления, массового предпринимательства и инноваций рынок интернет-краудфандинга имеет большие возможности для развития.

С развитием Интернета потребности пользователей становятся все более диверсифицированными, комплексными и временными, а требования к технологическому развитию предприятий становятся более высокими. Однако в настоящее время ИТ-предприятия, как правило, часто сталкиваются с низкой эффективностью проектов и недостаточным использованием ресурсов, особенно человеческих ресурсов и т.д. Использование модели краудсорсинга, сила коллективного разума, интеграция ресурсов для развития отрасли, высокая эффективность, низкая стоимость и гибкая работа становятся новым выбором для разработки многих корпоративных проектов, включая некоторые проекты разработки программного обеспечения крупных интернет-компаний.

Список литературы

1. Федеральный закон «О цифровых финансовых активах, цифровой валюте и о внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации» от 31.07.2020 N 259-ФЗ (последняя редакция) // Собрание законодательства Российской Федерации от 3 августа 2020 г. – № 31 (часть I) – ст. 5018.
2. Аникин, В. Ю. Альтернативные источники привлечения капитала: краудфандинг и краудинвестинг стартапов / В. Ю. Аникин, О. Ю. Патласов. – Текст : непосредственный // Наука о человеке: гуманитарные исследования. – 2022. – Т. 16 № 1. – ISSN 1998-5320
3. Исаева, А. Э. Цифровая платформа как одна из доминантных бизнес-моделей цифровой экономики / А. Э. Исаева. – Текст : непосредственный // Государственное управление. Электронный вестник. – 2022. – № 91. – С. 209-225.

УДК 651.4

СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОННОГО ДОКУМЕНТООБОРОТА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ НЕСТРУКТУРИРОВАННЫМИ ДАННЫМИ

Курдюмова И.А., канд. филол. наук, доц.
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
i.kurdiumova@donnu.ru

Введение. Документация является важным интеллектуальным активом для предприятия. На предприятии документы обычно существуют в виде электронных документов.

С точки зрения содержания, это могут быть деловые контракты, протоколы встреч, руководства по продуктам, информация о клиенте,

проектная документация, рекламные материалы, информация о конкурентах и др. Системы электронного документооборота (далее – СЭД) основаны на универсальном применении современных информационных технологий, использовании цифровых средств, ядром обработки которых являются высокоорганизованные данные и информационные ресурсы, на использовании высокоскоростных широкополосных сетевых средств связи, подключенных и предоставляемых для использования, для достижения совместного использования ресурсов цифровых информационных систем.

СЭД представляет собой цифровую информационную систему, основанную на универсальном применении современных информационных технологий, использовании цифровых средств, принятии в качестве ядра обработки высоко упорядоченных информационных ресурсов электронных документов, а также подключении и обеспечении использования высокоскоростных широкополосных сетей связи для достижения совместного использования ресурсов.

Основная часть. Предприятия часто сталкиваются со следующими проблемами в процессе ЭД: массовое хранение документов, трудности управления; медленный и неэффективный поиск; путаница в управлении версиями документов; отсутствие безопасности документов; документы не могут эффективно совместно использоваться; борьба за управление знаниями и многое другое. В этом контексте возрастает роль СЭД, а управление неструктурированными данными в ЭД становится горячей точкой в отрасли современного менеджмента как внутри страны, так и за рубежом.

Благодаря постоянному углубленному применению информационных технологий для управления документами в СЭД используются средства цифрового управления, эффективно организуются, управляются и используются различные типы архивных файлов, обеспечивается сохранность документов.

Одним из основных трендов 2022 года в Российской Федерации является сращивание функционала ВРМ-систем и СЭД/ЕСМ в рамках цифровых платформ. Внедрение платформ позволяет создавать различные приложения, которые объединяют аналитику с ЭД и бизнес-процессами в единой цифровой платформе. СЭД предназначены для управления всеми видами электронных данных, генерируемых в процессе производства и эксплуатации предприятий и учреждений.

Построение СЭД в режиме децентрализованного управления неструктурированными данными может заменить традиционный режим управления файлами, реализовать стандартные и стандартизированные компоненты управления распределенными операциями с файлами и удовлетворить такие потребности, как централизованное управление хранением файлов, контроль разрешений, онлайн-предварительный

просмотр, полнотекстовый поиск, управление версиями, записи журнала операций, отчеты о файлах, доступ к мобильному терминалу, ограничения безопасности доступа, резервное копирование данных, политики папок, пользовательские атрибуты, вложения файлов, экспорт pdf-файлов, интеграцию пользователей, интеграцию почты, sms-уведомления и т. д.

В настоящее время широко используются такие российские СЭД как Comindware Business Application Platform Directum 1С: Документооборот DocVision ELMA Дело Тезис NauDoc Евфрат.

Эти СЭД обеспечивают совместную работу с файлами и управление процессами, управление атрибутами и классификацией файлов, сообщения для совместной работы с файлами, управление личными файлами, управление водяными знаками pdf и т. д., обуславливает необходимость реализовать набор полных компонентов управления неструктурированным хранилищем документов.

Благодаря постоянному углубленному применению информационных технологий для управления документами на предприятиях внедряются методы цифрового управления, эффективно организуются, управляются и используются различные типы архивных файлов, и ценность документов, наконец, осознается.

Типовые спецификации являются основной работой и важной частью проекта строительства неструктурированной системы управления хранением документов и построения всей информационной системы предприятия, а также являются предпосылками для объединения, обмена информацией, делового сотрудничества, безопасной и надежной работы различных прикладных систем в последующей реализации проекта.

СЭД должна быть построена в соответствии со стандартами управления документами, и в то же время при внедрении СЭД также необходимо сформулировать соответствующие бизнес-стандарты в соответствии с фактическим положением предприятия, такие как спецификации управления, стандарты метаданных, стандарты архивного интерфейса, стандарты структуры данных, стандарты форматов и т. д.

Для того чтобы поддерживать работу системы, необходимо создать комплект вспомогательных аппаратных средств и оборудования, обеспечив при этом требования работы системы, хранения данных, управления безопасностью и т.д., с учетом потребностей документов и долгосрочного развития.

Для комплексного обеспечения безопасности ЭД необходимо создать совершенную, эффективную и надежную систему информационной безопасности. Система гарантирования информационной безопасности включает в себя сетевую безопасность, системную безопасность, безопасность баз данных, информационную безопасность, безопасность оборудования, безопасность информационных носителей, предотвращение и контроль компьютерных вирусов [1, 2].

СЭД обеспечивает долгосрочное использование и сохранность электронных документов посредством онлайн-сбора и архивирования документов, в полной мере использует современные информационные технологии, непрерывно наращивает построение документарных ресурсов, воспринимает интеграцию информационных ресурсов выстраивает систему документных ресурсов и обеспечивает ее оптимизацию, акцентирует внимание на обеспечении безопасного использования и хранения информационных ресурсов.

Структура системы является открытой, поэтому может осуществляться функциональная интеграция, обмен данными и обмен с другими системами. Функциональность системы масштабируется в соответствии с текущими и прогнозируемыми потребностями бизнеса, что упрощает расширение функциональности. Система реализует гибкость и поддерживает гибкое определение и развертывание бизнес-моделей, рабочих процессов и структур данных для управления документами.

Заключение. Функционирование СЭД должно быть безопасным и надежным, обеспечивать учет ключевых бизнес-процессов управления документами и использовать такие цифровые модули как электронные подписи, цифровое шифрование и аутентификация безопасности, по мере необходимости для обеспечения безопасности электронных документов и предотвращения несанкционированного доступа.

Корпоративное локальное частное развертывание, основанное на концепции управления знаниями, исследования и разработка комплекса профессиональных систем для российских СЭД помогают предприятию построить централизованную массовую платформу управления документами, обеспечить управление документами на протяжении всего их жизненного цикла, обеспечить поддержку управления мобильными приложениями в любое время и в любом месте.

Список литературы

1. Федеральный закон от 27 июля 2006 г. № 149-ФЗ «Об информации, информационных технологиях и о защите информации». Ст. 2 // Собр. законодательства Российской Федерации. – 2006. – № 31 (ч. I). – Ст. 3448.
2. Нормативное регулирование цифровой среды. – Текст : электронный // Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации: [официальный сайт]. – 2022. – URL: <https://digital.gov.ru/ru/activity/directions/862>. (дата обращения: 18.09.2022).

КОМПЛЕКТОВАНИЕ ГОСУДАРСТВЕННЫХ АРХИВОВ ДОКУМЕНТАМИ ОРГАНОВ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ВЛАСТИ

Мащенко Н.Е., канд. экон. наук, доц.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
n.mashchenko@donnu.ru

Введение. В современных условиях перед архивными учреждениями стоит три основные задачи: комплектование государственных архивов, организация хранения и учета документов, а также их использование. Все эти три задачи очень важны, но вопросы комплектования имеют особое значение. Ведь именно от комплектования зависит насколько полно и качественно будут отобраны и переданы в государственные архивы документальные свидетельства той или иной эпохи, так как от этого будет зависеть источниковая база государственных процессов отдельных периодов отечественной истории, которые влекут за собой общекультурное, социальное, политическое, историческое и краеведческое значение.

Цель работы – провести анализ процессов комплектования на разных этапах становления Государственного архива Донецкой Народной Республики.

Основная часть. Формирование и комплектование архивов Донецкой области в досоветский период. До 1917 года на территории Бахмутского и Мариупольского уездов Екатеринославской губернии государственных архивных учреждений не было. Организации городского и земского самоуправления, государственные и религиозные учреждения, акционерные общества и промышленные предприятия имели свои ведомственные архивы.

В мае 1920 года Мариупольским ревкомом была создана архивная комиссия при отделе народного образования. В январе 1922 года было создано губернское архивное управление при президиуме Донецкого губисполкома [2].

В архиве Донецкой области хранятся такие документы органов государственной власти досоветского периода:

учреждения сословного и земского самоуправления (городские думы, городские управы, уездные земские управы, дворянские опеки, предводители дворянства, городничие, уездные стряпчие) – указы губернатора, манифесты царя, циркуляры, постановления, доклады, переписка, журналы, протоколы заседаний городских управ о благоустройстве городов, установлении налогов, развитии школьного дела, медицины, транспорта, призыва на военную службу, цен на продовольствие, стройматериалы статистические ведомости о количестве населения; журналы заседаний, сессий земских собраний, списки

населенных пунктов уездов; журналы заседаний дворянских опеков; указы наместника про набор рекрутов, об открытии народных училищ, поселении казаков; свидетельства о дворянском происхождении; списки солдат, копии императорских манифестов о причислении жителей слободы к казакам, присоединения Польши к России;

учреждения сельских управлений – решения сельских сходов, переписка с волостными управлениями о деятельности сельских правлений, отчеты о денежных поступлениях и расходах;

органы полиции, суда – переписка, ведомости, указы, описи оружия и недвижимости, ведомости о сотрудниках уголовного розыска, протоколы осмотра мест происшествий и др.

Формирование и комплектование архивов Донецкой области в советский и послесоветский период. Великая Октябрьская социалистическая революция коренным образом изменила постановку в стране архивного дела.

В 1924 году в Донецкой губернии было ликвидировано губернское архивное управление, а его функции были переданы созданным окружным архивным управлениям (Сталинскому, Артемовскому, Мариупольскому).

В марте 1932 г. Сталинское местное архивное управление и краевой архив промышленности Донбасса реорганизованы в Сталинский государственный исторический архив, а Артемовский и Мариупольский местные архивные управления – в государственные исторические архивы. В сентябре 1932 г. на базе Сталинского государственного исторического архива образован Донецкий областной исторический архив (позднее переименован в Сталинский областной архив, с 1980 года – в Государственный архив Донецкой области). В октябре 1932 г. для руководства архивным делом в области создано Донецкое областное архивное управление и в этом же году в систему архивных учреждений области включены районные и городские архивы. К концу 1932 года в области создано 26 районных и 13 городских архивов, учитывая архивные учреждения современной Луганской области [2].

Архивы областей в советский период на примере архива Донецкой области комплектовались следующими документами органов государственной власти:

исполнительные комитеты областного, городских, районных, сельских советов народных депутатов – протоколы, стенограммы съездов, пленумов, сессий, заседаний президиумов и исполкомов городских и районных советов, постоянных комиссий, планы и отчеты об их деятельности, постановление Президиума ВЦИК об образовании Донецкой области; отчеты, докладные записки, переписка с Советом Министров СССР и УССР, годовые планы, отчеты деятельности, акты проверок; документы избирательных комиссий, списки руководителей городских и районных исполкомов.

Деятельность и комплектование Государственного архива Донецкой Народной Республики. Государственный архив Донецкой Народной Республики был создан согласно постановлению Совета Министров Донецкой народной Республики от 03.06.2015 № 10–52 «О создании Государственного архива Донецкой Народной Республики» [1].

Государственный архив Донецкой Народной Республики (далее – Государственный архив ДНР) является архивным учреждением, обеспечивающим методическую, информационную и научно – исследовательскую деятельность в сфере архивного дела на территории Донецкой Народной Республики.

Комплектованию в Государственный архивный фонд ДНР подлежат: документы Главы Донецкой Народной Республики, Народного Совета ДНР, Министерств и ведомств ДНР, управлений и органов местного самоуправления.

Заключение. Разные этапы развития общества формировали ту или иную систему государственных учреждений, от функций и компетентности которой зависели создаваемые виды документации, подлежащей постоянному хранению. Процессы комплектования архивного фонда страны документами органов государственной власти в настоящее время развиваются с учетом информационных технологий и требуют осознанного подхода к сохранности архивных документов, соблюдая принципы историзма и объективности.

Список литературы

1. Донецкая Народная Республика. Народный Совет. О создании Государственного архива Донецкой Народной Республики: Постановление Народного Совета Донецкой Народной Республики от 03 июня 2015 года № 10–52 : – [Донецк, 2015]. – Текст : электронный // Народный Совет Донецкой Народной Республики : официальный сайт. – URL: <https://pravdnr.ru/npa/postanovlenie-soveta-ministrov-doneczkoj-narodnoj-respubliki-ot-03-iyunya-2015-g-%E2%84%96-10-52-o-sozdanii-gosudarstvennogo-arhiva-doneczkoj-narodnoj-respubliki/> (дата обращения: 05.04.2022).
2. Государственный архив Донецкой области: путеводитель / авт.–сост.: С. Герасимов, С. Гончарик, Т. Максимчук [др.] ; под ред. Н. Буценко . – Государственный архив донецкой области. – Донецк, 2011. – 1110 с. – Текст : непосредственный.

ПРОБЛЕМЫ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ В ОРГАНИЗАЦИИ

Митрохина Е.А., канд. экон. наук
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
o.mytrokhina@donnu.ru

Введение. Сегодня каждая организация сталкивается с необходимостью создания и внедрения в свою практику деятельности информационных систем и технологий. Однако данные процессы связаны с проблемой оценки их эффективности, что и обуславливает выбор темы исследования.

При этом наиболее важной проблемой для оценки эффективности является то, что большая часть информационных систем и технологий относится к классу сервисных или инструментальных систем [5], то есть подобные системы не дают конечного результата, который можно оценить с помощью экономических критериев. Их эффективность является косвенной и проявляется через результаты функционирования других систем (экономических, технических, социальных и прочих).

Степень разработанности темы. Вопросам оценки эффективности информационных систем и технологий посвящены работы отечественных и зарубежных ученых, среди которых: С. В. Амелин, В. И. Ананьин, Т. А. Гусева [1], Н. Н. Ермошкин, Е. Г. Жигирева [1], Д. Р. Зайцев [2], А. А. Мусаев [5], Е. В. Новак, К. Г. Скрипкин, Е. А. Штеле [4], Р. М. Юсупов [5] и другие. Однако, несмотря на высказанные в трудах перечисленных ученых предположения и предложенные теоретические умозаключения, некоторые аспекты все еще остаются недостаточно изученными. Это и определило выбор темы, цель и последовательность исследования.

Цель работы – выявить проблемы оценки эффективности создания и внедрения в практику деятельности информационных систем и технологий.

Основная часть. Проблемы оценки эффективности создания и внедрения в практику деятельности информационных систем и технологий начинаются с неоднозначности трактовки отдельных понятий.

На сегодняшний день можно отметить проблему неоднозначности определений в рамках анализа теоретических аспектов оценки эффективности создания и внедрения в практику деятельности информационных систем и технологий, а именно понятия «эффективность». Так отечественные и зарубежные авторы в своих трудах приводят различные определения понятия «эффективность» [4]. Причем

следует отметить, что присутствует проблема, связанная с некорректным переводом английских слов «efficiency» и «effectiveness». Так остаются не учтенными различия в трактовках понятий «эффективность», «результативность», «производительность».

Такая неоднозначность в трактовках приводит к сложности последующей оценки эффективности создания и внедрения в практику деятельности информационных систем и технологий.

Создание и внедрение информационных систем и технологий можно отнести к инновационным решениям, которые могут быть оценены имеющимися методиками. Однако в этом и заключается проблема, поскольку отсутствует возможность экономической оценки в силу нематериального характера объекта приложения информационных систем и технологий – информации. Это обосновывает невозможность использования существующих методик и доказывает необходимость разработки подходов к оценке эффективности создания и внедрения в практику деятельности организации различных информационных систем и технологий с учетом их специфики [3].

Изучив научную литературу можно выделить довольно большое количество различных методик оценки эффективности информационных систем и технологий. Каждая из них имеет свою сферу применения, свои преимущества и недостатки.

Большинство ученых обосновывают целесообразность применения для оценки эффективности системные методики (система сбалансированных показателей ИТ, модель производительности PRM, бизнес-ценность информационных технологий, стандарт ITIL и другие). Однако подобные методики имеют существенный недостаток – все они не позволяют произвести точную количественную оценку эффективности информационных систем и технологий на различных этапах их жизненного цикла.

В результате оценки подобными методиками появляется существенное количество итоговых характеристик, которые не представляется возможным ранжировать, и как следствие – возникает необходимость применения субъективной оценки для корректного сравнения различных вариантов создания и внедрения информационных систем и технологий.

Необходимо также отметить, что отсутствие объективных методик оценки эффективности информационных систем и технологий приводит к выводу, что они вообще не дают организации конкурентного преимущества [5]. Это можно объяснить следующим образом: комплексная автоматизация организации (на основе ERP-систем) достаточно дорогостоящая процедура, которая требует также кардинальной перестройки информационной инфраструктуры организации. Кроме этого организации получают косвенный положительный эффект через повышение уровня открытости,

прозрачности и доступности, а также управляемости производством. Однако в силу динамичности развития рынка информационных систем и технологий, дорогостоящая ERP-система может потерять свою актуальность и стать устаревшей до момента ее внедрения.

Поэтому информационные системы и технологии предоставляют конкурентные преимущества для организации, лишь объединяясь с иными инициативами. Их эффективность создания и внедрения в деятельность организации следует оценивать косвенно, путем анализа совершенствования управления производственного цикла организации [5].

Заключение. Выявленные проблемы и описанные недостатки оценки эффективности создания и внедрения в практику деятельности информационных систем и технологий позволяют определить круг задач для дальнейших исследований. В частности необходимо отметить актуальность разработки объективной методики анализа эффективности, которая бы обеспечивала достоверную оценку их действенности и предоставляла возможность сравнить различные варианты их проведения с учетом нематериальности информационной среды.

Список литературы

1. Гусева, Т. А. Использование информационных технологий для повышения эффективности управления бизнес-процессами организации / Т. А. Гусева, Е. Г. Жигирева. – Текст : непосредственный // Экономика и бизнес: теория и практика. – 2019. – №3-1. – С. 77-81.
2. Зайцев, Д. Р. Применение информационных технологий и систем для повышения эффективности управления организацией / Д. Р. Зайцев. – Текст : непосредственный // Территория науки. – 2015. – №2. – С. 96-103.
3. Митрохина, Е. А. Оценка эффективности использования информационных систем / Е. А. Митрохина. – Текст : непосредственный // Донецкие чтения 2017: Русский мир как цивилизационная основа научно-образовательного и культурного развития Донбасса : Материалы Международной научной конференции студентов и молодых ученых. Посвящена 80-летию ДонНУ, Донецк, 17–20 октября 2017 года / под общей редакцией С. В. Беспаловой. – Донецк: Издательство Донецкого национального университета, 2017. – С. 44-46.
4. Штеле, Е. А. К вопросу о понятии «эффективность» / Е. А. Штеле, О. Б. Вечерковская. – Текст : непосредственный // Экономический анализ: теория и практика. – 2017. – №5 (464). – С. 935-947.
5. Юсупов, Р. М. Особенности оценивания эффективности информационных систем и технологий / Р. М. Юсупов, А. А. Мусаев. – Текст : непосредственный // Труды СПИИРАН. – 2017. – № 51 (2). – С. 5-34.

ЦИФРОВЫЕ МАРКЕТИНГОВЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ КАК КЛЮЧЕВЫЕ ДЕТЕРМИНАНТНЫ

Пономаренко Н.Ш., канд. экон. наук, доц.
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
n.ponomarenko@donnu.ru

Введение. Цифровые маркетинговые компетенции являются ключевой детерминантной составляющей формирования и реализации стратегии развития продовольственного комплекса Донецкой Народной Республики, следовательно, требуют идентификации и оценки.

Цель исследования – обоснование роли и значимости цифровых маркетинговых компетенций в стратегическом развитии продовольственного комплекса в условиях цифровизации экономики на основе маркетинга.

Основная часть. Формирование стратегии развития продовольственного комплекса Донецкой Народной Республики предполагает создание бесперебойного и достаточного обеспечения населения продовольствием с оптимальной структурой и достаточным потенциалом производственных, перерабатывающих и торговых предприятий, способных обеспечить потребителей высококачественной конкурентоспособной продовольственной продукцией необходимого количества и ассортимента, обеспечивая при этом продовольственную независимость Донецкой Народной Республики.

Сегодня возрастает значимость информационных технологий в маркетинговом управлении продовольственным комплексом. С появлением Интернета предприятиям продовольственного комплекса заявить о своей продукции стало гораздо проще.

Активное развитие интернет-маркетинга, совершенствование маркетинговых инструментов, появление новых маркетинговых интернет-технологий способствуют потребителям круглосуточно делать выбор товара. Окруженные смартфонами, планшетами и ноутбуками, покупатели получают безграничное количество информации о различных товарах. Вопрос использования широкой номенклатуры инструментов продвижения товаров в Интернет-среде остается весьма актуальным.

Реализация возможностей эффективного применения маркетинговых инструментов в цифровой среде для развития продовольственного комплекса происходит на основе накопленных знаний, умений и навыков и способствует созданию ценности для заинтересованных сторон.

Применение эффективных маркетинговых инструментов является ключевым фактором формирования конкретных преимуществ, создания

соответствующего спроса на продовольственные товары. Поскольку идет полная переориентация глобальной модели ведения бизнеса, возникает необходимость применения новых маркетинговых технологий для установления доверительных отношений между производителем и потребителем.

Следует полностью поддержать позицию ученых В. И. Кабалиной, Л. М. Чеглаковой, согласно видения которых «...успешность ведения бизнеса в XXI ст. зависит от признания компаниями «общей ценности» («shared value»)» [1, с. 12]. Данное утверждение означает следующее: создание экономической ценности должно сопровождаться возникновением ценности для общества, отвечающего господствующим потребностям и преимуществам.

Важное значение в обеспечении эффективного стратегического развития продовольственного комплекса Донецкой Народной Республики в современной цифровой среде имеет уровень развития цифровых маркетинговых компетенций.

Важность цифровых маркетинговых компетенций в стратегическом развитии продовольственного комплекса обусловлена трансформацией бизнес-моделей предприятий продовольственного комплекса «от производителя» в бизнес-модели «от клиента» [2], что повышает значимость маркетинговых компетенций в удовлетворении потребностей и формировании ценностей для потребителей, а также в целом при управлении продовольственным комплексом.

Стратегическое развитие продовольственного комплекса Донецкой Народной Республики в условиях цифровизации возможно на основе владения цифровыми маркетинговыми компетенциями.

Как утверждают Г. Хамел и К. Прахалад «... именно ключевые компетенции являются «ядром фирмы» в виде неcodифицированного (организационно-специфического) знания, которое не может быть имитировано другим предприятием» [3, с. 81].

В экономической литературе учеными акцентируется внимание на необходимости идентификации «ключевых компетенций», которые формируются основой для создания устойчивого конкурентного преимущества. По мнению Б. Чакраварти и П. Лоранж «...ключевые компетенции характеризуются длительностью пользования, неповторимостью, устойчивостью к нейтрализации и преимуществом ресурсов» [4, с. 62].

В настоящее время к цифровым маркетинговым компетенциям, необходимым для стратегического развития продовольственного комплекса Донецкой Народной Республики, можно отнести следующие: глубокое понимание своей предметной области, а также знания и опыт в смежных сферах («Т-образный специалист»); понимание возможностей и рисков, связанных с применением новых технологий; «цифровая

ловкость»; владение инструментарием работы с большими данными и инструментами визуализации; владение основами кибербезопасности; способности работы с базами данных; системное мышление и понимание сущности модернизационных механизмов; способность к непрерывному обучению; способность к адаптации и работе в условиях неопределенности; способность к цифровому управлению процессами; умение применять базовые цифровые и информационные технологии при решении прикладных задач.

Проведенные исследования свидетельствуют о том, что уровень развития цифровых компетенций на предприятиях продовольственного комплекса различный. Наиболее высокий уровень развития цифровых маркетинговых компетенций характерный для торговых предприятий. На производственных предприятиях и перерабатывающих предприятиях продовольственного комплекса Донецкой Народной Республики уровень развития цифровых компетенций свидетельствует о базовой компетентности в сфере цифровых компетенций.

Заключение. Таким образом, цифровые маркетинговые компетенции характеризуют определенные знания, умения и навыки персонала предприятий продовольственного комплекса относительно стратегического развития продовольственного комплекса в условиях цифровизации на основе маркетинга.

Список литературы

1. Кабалина, В. И. Корпоративные ценности в управлении российскими компаниями / В. И. Кабалина, Л. М. Чеглакова. – Текст : непосредственный // Российский журнал менеджмента. – 2013. – Т. 11. – № 3. – С. 3–28.
2. Как digital меняет привычные бизнес-модели и что нужно «цифровым талантам». – 2017. – URL: http://news.ifmo.ru/ru/startups_and_business/initiative/news/6755/ (дата обращения: 16.09.2022). – Текст : электронный.
3. Конкурируя за будущее : создание рынков завтрашнего дня / Гари Хамел, К. К. Прахалад. – Москва : Олимп-Бизнес, 2014. – 275 с. – ISBN 978-5-9693-0271-6. – Текст : непосредственный.
4. Чакраварти, Б. Прибыль или рост? Почему вам не нужно делать выбор / Б. Чакраварти, П. Лоранж. – Санкт-Петербург : Бест Бизнес Букс, 2012. – 232 с. – Текст : непосредственный.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЭФФЕКТИВНОЙ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ИСПОЛНЕНИЯ ДОКУМЕНТОВ И ПОРУЧЕНИЙ РУКОВОДИТЕЛЕЙ

Филатова Я.В., канд. экон. наук, *Харакиоз А.В.*
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
ya.filatova@donnu.ru

Введение. В современных условиях одним из наиболее важных направлений деятельности в документационном обеспечении управления организацией является контроль исполнения входящих, исходящих и внутренних документов и устных поручений руководства. Это обуславливается, в первую очередь, тем, что в среднем около 80 % документов организации требуют исполнения. Во вторую очередь, необходимостью учета специфики деятельности организации, нестандартных ситуаций при исполнении документов, стиля работы конкретного руководителя, а также существующих требований к контролю.

Регулярная отчетность по исполнению документов, составляемая по запросу с заданной периодичностью (ежеквартально, ежемесячно или ежегодно), помогает руководству увидеть общую картину работы структурных подразделений и ответственных должностных лиц, оценить уровень исполнительской дисциплины в целом по организации, увидеть причины неисполнения документов, а также принять меры по повышению эффективности исполнения поставленных заданий и поручений.

Цель исследования – разработка модели бизнес-процесса «Контроль исполнения документов и поручений» как эффективного инструмента в системе современного менеджмента организации.

Основная часть. Чтобы качественно осуществлять контроль исполнения заданий, рассматриваемый бизнес-процесс должен быть четко регламентирован в локальных нормативных актах (ЛНА) организации. Чаще всего этим документом является инструкция по делопроизводству. Чем детальнее описан порядок организации контроля исполнения документов и устных поручений руководства, тем меньше ошибок и проблем будет допущено в исполнительской дисциплине, тем больше будет процент исполнения поставленных управленческих заданий руководства.

Пошаговое описание процесса удобно отобразить графически в виде схемы или модели, где можно будет проследить строгий порядок действий при организации контроля и исполнения документов и поручений. Графическая модель очень комфортна для восприятия информации и понимания сути процесса, чем текст той же инструкции. На ней четко видны ключевые параметры бизнес-процесса: варианты форм контроля;

какие виды заданий требуют выполнения (что ставить на контроль); кто осуществляет контроль по сроку исполнения, а кто по существу; какую структуру и формулировку должно иметь идеальное поручение; основные задачи службы делопроизводства (секретаря) по контролю исполнения; сам алгоритм исполнения документов; а также в какие сроки необходимо выполнить поставленные задания (рис. 1).

Достаточно тонким моментом является то, что на контроль должны ставить не только документы, но и устные поручения руководителя. Однако, как показывает практика, поручения в устной форме на контроль во многих организациях не берутся, а сотрудники, в свою очередь, забывают о выданных заданиях или делают не совсем то, что имел в виду руководитель.

Поэтому рекомендуется документировать устные поручения руководства, используя один из двух документов – краткий протокол (при проведении оперативного совещания) или распоряжение (когда поручение выдано одному исполнителю для решения оперативных вопросов). Третий вариант – рассылка поручения по электронной почте или в системе электронного документооборота (СЭД). При этом важно отметить, что для последнего варианта в ЛНА следует предусмотреть обязанности работников по регулярной проверке новых заданий в СЭД или электронной почты [1].

Таким образом, в рассмотренных случаях устные поручения превращаются в письменные, где конкретно излагаются ответственные лица, выданные задания и срок их исполнения, поэтому контролировать их становится намного легче. Если же поручение остается устным, тогда руководителю следует в обязательном порядке передать его содержание тому, кто будет проводить формальный (отслеживающий) контроль по срокам (секретарю, службе делопроизводства/контроля). В конечном счете, после выполнения поручения исполнитель должен будет отчитаться не только перед руководителем, но и проинформировать контролера.

Необходимо подчеркнуть о важности формирования информативных отчетов со стороны исполнителей. Отчет о проделанной работе должен быть точным и подробным, даже если результатом работы не будет являться конкретный управленческий документ. Только получив подобный отчет, можно фиксировать исполнение документа и снимать его с контроля.

Также мы должны понимать, что контроль исполнения заданий тесно связан с системой поощрения работников. Именно на основании аналитической справки об исполнительской дисциплине будут распределяться бонусы между сотрудниками организации. Каждый исполнитель хорошо осознает тот факт, что если он исполнит поручение в необходимый срок, то получит, например, премию. Напротив, если не выполнит, останется без бонуса или получит дисциплинарное взыскание.

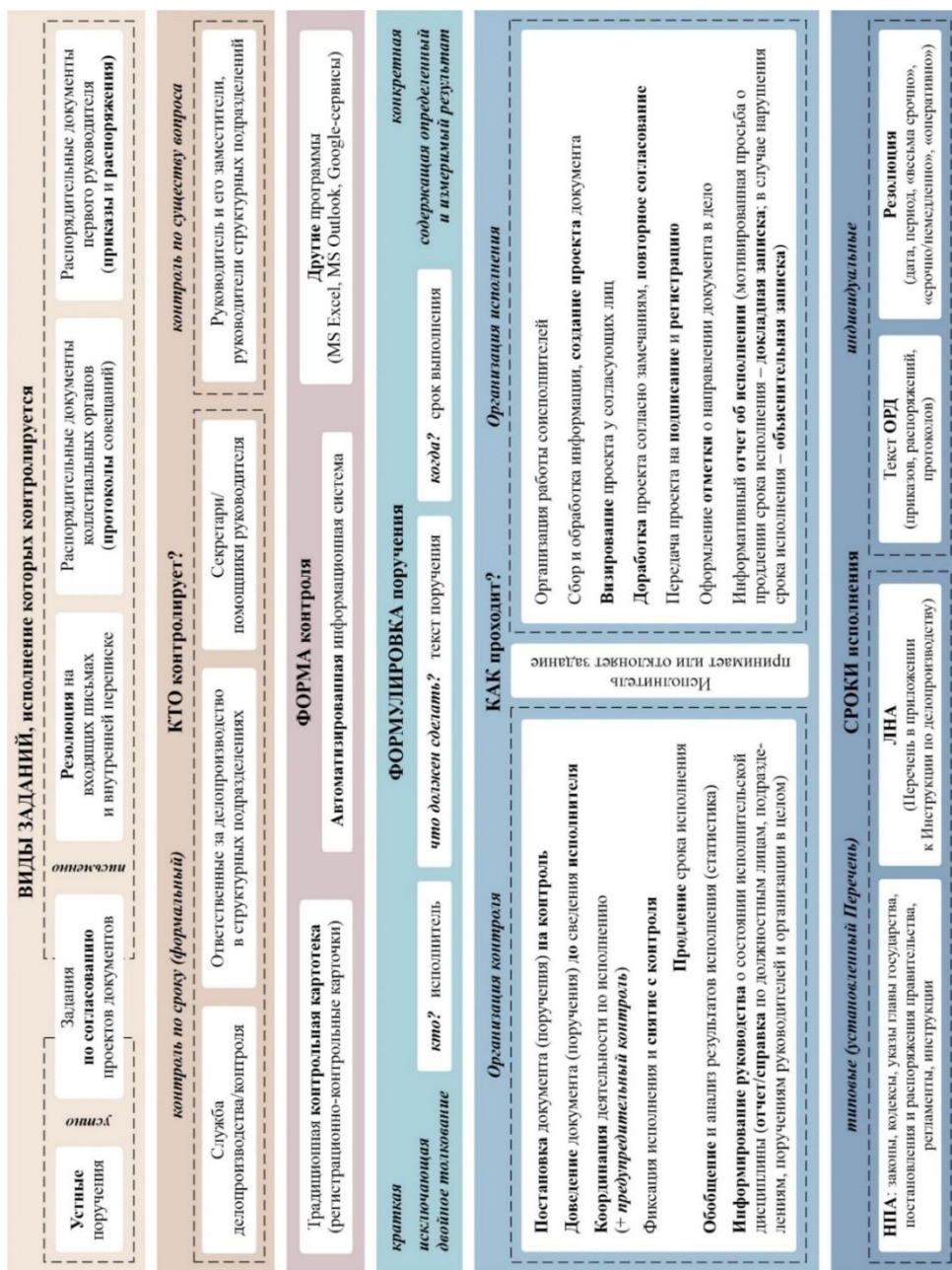


Рис. 1. Модель бизнес-процесса «Контроль исполнения документов и поручений»

Заключение. Невыполнение документов и поручений руководства в срок может повлечь за собой серьезные негативные последствия, как для исполнителей, так и для организации в целом. Авторская модель бизнес-процесса «Контроль исполнения документов и поручений» детально и полно описывает данный процесс с момента его начала до завершения.

Список литературы

1. Буслаева, Е. С. Контроль исполнения: алгоритм для секретаря / Е. С. Буслаева. – Текст : непосредственный // Секретарь-референт. – 2021. – № 4. – С. 21–29.

Математический анализ и дифференциальные уравнения

УДК 517.927.2

ОБ АККРЕТИВНОСТИ ОПЕРАТОРА ШРЁДИНГЕРА С СИНГУЛЯРНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Агибалова А.В., канд. физ.-мат. наук
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
g.agibalova@donnu.ru

Введение. Важный класс дифференциальных операторов с точечными взаимодействиями образуют дифференциальные операторы с коэффициентами, имеющими сингулярный носитель на дискретном множестве точек. Существует несколько подходов к строгому определению оператора, соответствующего дифференциальному выражению Штурма-Лиувилля

$$l_\nu := -\frac{d^2}{dx^2} + \nu(x), \quad x \in R_+, \quad (1)$$

с потенциалом-распределением $\nu \in W_{loc}^{-1,2}(R_+)$, $R_+ := [0, +\infty)$. В работах [3, 4] предложено следующее определение. Пусть

$$y^{[1]} := y'(x) - V(x)y(x),$$

где $V(x) = \int \nu(t)dt$ — первообразная распределения ν . Переписывая выражение (1) в виде

$$l_\nu[y] = -(y^{[1]})' - V(x)y^{[1]} - V^2(x)y,$$

определяем минимальный оператор

$$H_\nu^0 f := l_\nu f,$$

$$\text{dom}(H_\nu) := \{f \in L_{comp}^2(R_+): f, f^{[1]} \in W_{loc}^{1,1}(R_+), l_\nu[f] \in L^2(R_+)\},$$

$$H_\nu := \overline{H_\nu^0}.$$

Здесь $L_{comp}^2(R_+)$ обозначает подмножество квадратично интегрируемых на R_+ функций, равных нулю вне некоторого замкнутого интервала $[0, R]$, и $W_{loc}^{n,p}(R_+) = \{f: f \in W^{n,p}(R_+) \text{ для всех } R > 0\}$, где $W_{loc}^{n,p}(R_+)$ обозначает стандартное соболевское пространство на отрезке и $W^{0,p}[0, R] = L^p[0, R]$.

Дифференциальные операторы с точечными взаимодействиями возникают в различных физических приложениях как точно разрешимые модели, описывающие сложные физические явления (многочисленные результаты, а также исчерпывающий список ссылок можно найти в [1, 2]).

Операторы Шрёдингера с потенциалами-распределениями привлекли значительный интерес в последние десятилетия, в частности, потому что их можно использовать в качестве решаемых моделей многих явлений.

Если ν – линейная комбинация δ -функций, $\nu(x) = \sum \alpha_k \delta(x - x_k)$, то оператор $H_{X,\alpha,q} := H_\nu$ описывает δ -взаимодействия интенсивности α_k в точках x_k , $X = \{x_n\} \subset R$.

Аккретивность оператора Шрёдингера. Напомним, что оператор A в гильбертовом пространстве H называется *аккретивным*, если

$$\operatorname{Re}(Au, u) \geq 0, \quad u \in \operatorname{dom}(A).$$

Если к тому же левая полуплоскость $\{\lambda \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} \lambda < 0\}$ принадлежит резольвентному множеству оператора A , то оператор A называют *-аккретивным*. Он является максимально аккретивным в смысле отсутствия аккретивных расширений в пространстве H .

Следующая теорема является основным результатом.

Теорема. *Если минимальный оператор $H_{\min} = H_{X,\alpha,q}$ аккретивный, то он m -аккретивный.*

Список литературы

1. Solvable Models in Quantum Mechanics / S. Albeverio, F. Gesztesy, R. Hoegh-Krohn, H. Holden; Sec. Edition. – AMS Chelsea Publ. – 2005. – 452 p.
2. Сингулярные Билинейные формы в теории возмущений самосопряженных операторов / В. Д. Кошманенко; Киев: Наук. думка, 1993. — 172 с.
3. Савчук, А. М. Операторы Штурма–Лиувилля с сингулярными потенциалами / Савчук А. М., Шкаликов А. А. // Матем. заметки. – 1999. – Т. 66. – №6. – С. 897–912.
4. Савчук, А. М. Операторы Штурма Лиувилля с потенциалами-распределениями / Савчук А. М., Шкаликов А. А. // Труды Московского математического общества. — 2003. — Т. 64. — С. 159–212.

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К ПРОДОЛЖЕНИЮ БАЗЕЛЬСКОЙ ЗАДАЧИ

Афанасьев В.В., д-р пед. наук, проф.,

Соловьева А.А., канд. пед. наук

ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет

им. К.Д. Ушинского», г. Ярославль, РФ

afvv2018@mail.ru, asolovyeva@yandex.ru

Введение. Базельская задача о поиске в замкнутом виде ряда из обратных квадратов натуральных чисел была решена в 1735 году молодым Леонардом Эйлером через 46 лет после ее постановки. Неожиданный ответ в виде $\pi^2/6$ подводит нас к дзета-функции, с которой имеем дело в гипотезе Римана. Это утверждение занимает важное место в истории математики, для него найдено много чрезвычайно изящных и глубоких доказательств ([1], с. 45-46).

Основная часть. Предлагаем вероятностный подход к продолжению знаменитой Базельской задачи, в основу которого положены предыдущие авторские результаты с использованием вероятностных урновых моделей, содержащих белые и черные шары, при этом находится вероятность извлечения белого шара.

I. Рассмотрим ряд Эйлера $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$ и ряд Лейбница, полученный в [2] из вероятностной интерпретации продолжения схемы Бернулли: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots = 1$

Вычтем из второго ряда почленно первый, перенеся из левой части предварительно первое слагаемое. Получаем:

$$\frac{2-1}{1 \cdot 2^2} + \frac{3-2}{2 \cdot 3^2} + \frac{4-3}{3 \cdot 4^2} + \frac{5-4}{4 \cdot 5^2} + \dots = 1 - \left(\frac{\pi^2}{6} - 1 \right),$$

$$\frac{1}{1 \cdot 2^2} + \frac{1}{2 \cdot 3^2} + \frac{1}{3 \cdot 4^2} + \frac{1}{4 \cdot 5^2} + \dots = 2 - \frac{\pi^2}{6}.$$

I.2. Рассмотрим вторую диагональ треугольника Лейбница, которую можно получить из урновой модели с тремя шарами [2].

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots = \frac{1}{4}.$$

Вычитая его из предыдущего ряда, получим:

$$\frac{3-2}{1 \cdot 2^2 \cdot 3} + \frac{4-3}{2 \cdot 3^2 \cdot 4} + \frac{5-4}{3 \cdot 4^2 \cdot 5} + \frac{6-5}{4 \cdot 5^2 \cdot 6} + \dots = \left(2 - \frac{\pi^2}{6} \right) - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{1 \cdot 2^2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3^2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4^2 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 5^2 \cdot 6} + \dots = \frac{7}{4} - \frac{\pi^2}{6}.$$

II.1. Рассмотрим ряд, состоящий из суммы обратных значений квадратов нечетных чисел. Для получения его суммы представим ряд Эйлера в виде суммы двух рядов с нечетными и четными знаменателями.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots \right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots \right) = \\ & = \left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots \right) + \frac{1}{2^2} \cdot \left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots \right) = \frac{\pi^2}{6}. \end{aligned}$$

Тогда $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{\pi^2}{8}.$

Сравним его с тремя вероятностными рядами, полученными из вероятностного продолжения схемы Бернулли.

Рассмотрим урну с двумя белыми и одним черным шарами (рис.1). Проводим извлечение шара до появления белого, но в случае извлечения черного шара возвращаем его и уже добавляем два черных шара.

Получаем следующее вероятностное дерево:

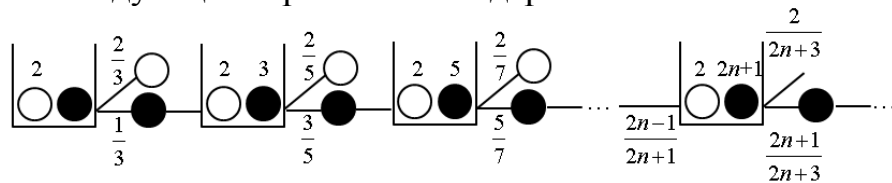


Рис 1. Вероятностная урновая модель с двумя белыми и одним черным шарами

$$P(\square\square) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n+1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+1} = 0.$$

Тогда $1 = P(O) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{2n-3}{2n-1} \cdot \frac{2}{2n+1} + \dots$
 и $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} + \dots = \frac{1}{2}.$

Вычитаем почленно из ряда, состоящего из сумм обратных значений квадратов нечетных чисел

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$$

полученный ряд из продолжения схемы Бернулли

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 11} + \dots = \frac{1}{2}$$

получаем:

$$\frac{3-1}{1^2 \cdot 3} + \frac{5-3}{3^2 \cdot 5} + \frac{7-5}{5^2 \cdot 7} + \frac{9-7}{7^2 \cdot 9} + \frac{11-9}{9^2 \cdot 11} + \dots = \frac{\pi^2}{8} - \frac{1}{2} \text{ или}$$

$$\frac{1}{1^2 \cdot 3} + \frac{1}{3^2 \cdot 5} + \frac{1}{5^2 \cdot 7} + \frac{1}{7^2 \cdot 9} + \frac{1}{9^2 \cdot 11} + \dots = \frac{\pi^2 - 4}{16}$$

II.2. Рассмотрим урну с четырьмя белыми и одним черным шаром (рис.2). Проводим повторные зависимые испытания с извлечением шара до появления белого. Если извлекаем черный шар, то возвращаем его в урну и в нее добавляем еще пару черных шаров.

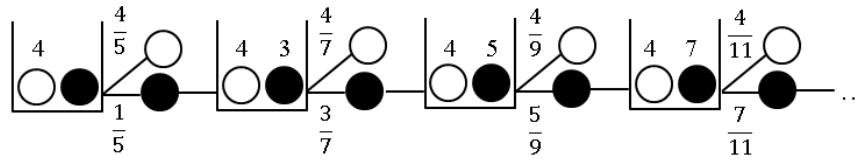


Рис. 2. Вероятностная урновая модель с четырьмя белыми и одним черным шаром

$$P(0) = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{11} + \dots$$

Тогда

$$\frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{1}{5 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{1}{7 \cdot 9 \cdot 11} + \dots = \frac{1}{12}.$$

Сравнивая полученный ряд из продолжения схемы Бернулли с продолжением нечетных слагаемых ряда Эйлера, получаем новый ряд:

$$\frac{1}{1^2 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{1}{3^2 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{1}{5^2 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{1}{7^2 \cdot 9 \cdot 11} + \dots = \frac{\pi^2}{64} - \frac{1}{12}.$$

Из комбинации двух указанных рядов получаем третий:

$$\frac{3-1}{1 \cdot 3^2 \cdot 5} + \frac{5-3}{3 \cdot 5^2 \cdot 7} + \frac{7-5}{5 \cdot 7^2 \cdot 9} + \frac{9-7}{7 \cdot 9^2 \cdot 11} + \dots = \frac{\pi^2 - 4}{16} - \frac{1}{3},$$

$$\frac{1}{1 \cdot 3^2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 5^2 \cdot 7} + \frac{1}{5 \cdot 7^2 \cdot 9} + \frac{1}{7 \cdot 9^2 \cdot 11} + \dots = \frac{\pi^2}{32} - \frac{7}{24}.$$

Заключение. Задача данной работы заключалась в поиске подходящих моделей и технике их использования для новых вариантов продолжения схемы Бернулли и Базельской задачи. Построены ряды с обратными значениями натуральных чисел второй степени.

Список литературы

1. Айгнер, М., Циглер, Г. Доказательства из книги. Лучшие доказательства со времен Евклида до наших дней : пер. с англ. – М. : Мир, 2006. – 256 с.
2. Афанасьев, В.В. Продолжения схемы Бернулли в треугольнике Лейбница / В.В. Афанасьев // Сборник трудов XV Международной конференции Колмогоровские Чтения. – Арзамас, 2019. – С. 169-174.
3. Афанасьев, В.В. Комбинирование рядов Эйлера и продолжений схемы Бернулли // Обучение фрактальной геометрии и информатике в вузе и школе в свете идей академика А.Н. Колмогорова : материалы XVI Колмогоровских чтений: 3-й Международной научно-методической конференции. – Кострома, 2021. – С. 229-234.
4. Грэхем, Р. Конкретная математика. Основания информатики / Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник ; пер. с англ. – 3-е изд. – М. : Мир; БИНОМ Лаб. знаний, 2009. – 703 с.

НОВЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ КЛАССА $V_r(\mathbb{R}^n)$

Волчков В.В., д-р физ.-мат. наук, проф.,

Волчков Вит.В., д-р физ.-мат. наук, проф.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

valeriyvolchkov@gmail.com, volna936@gmail.com

Пусть $V_r(\mathbb{R}^n)$ – класс локально суммируемых функций $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}$, имеющих нулевые интегралы по всем шарам фиксированного радиуса r в \mathbb{R}^n . Различные свойства класса $V_r(\mathbb{R}^n)$ и его обобщений изучались многими авторами (см. монографии [1–3] с обширной библиографией). В данной работе изучаются интерполяционные задачи для класса $V_r(\mathbb{R}^n)$.

Далее предполагается, что $\{a_k\}_{k=1}^{\infty}$ – последовательность точек, лежащих на некоторой прямой в \mathbb{R}^n , таких что

$$\inf_{i \neq j} |a_i - a_j| > 0$$

и

$$|a_k| \leq |a_{k+1}|$$

при всех $k \geq 1$.

Теорема 1. Пусть $r > 0$ и $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$ – последовательность комплексных чисел, удовлетворяющая условию

$$|b_k| \leq (k+1)^\alpha$$

для всех $k \geq 1$ и некоторого $\alpha \geq 0$, не зависящего от k . Тогда существует бесконечно дифференцируемая функция $f \in V_r(\mathbb{R}^n)$, такая что $f(a_k) = b_k$ для любого $k \geq 1$ и

$$|\partial^\eta f(x)| = O((1+|x|)^\beta), \quad x \in \mathbb{R}^n$$

для всех мультииндексов η и некоторого $\beta \geq 0$, не зависящего от x и η .

Сделаем несколько замечаний. Поскольку последовательность $\{b_k\}_{k=1}^{\infty}$ может иметь степенной рост, в общем случае оценка роста интерполирующей функции в теореме 1 не может быть существенно усилена. Интересной нерешенной задачей является нахождение точной нижней грани возможных значений β в оценке для производных $\partial^\eta f(x)$. Нетрудно видеть, что функция f с перечисленными в теореме 1 условиями не единственна.

Список литературы

1. Volchkov V.V. Offbeat integral geometry on symmetric spaces / V.V. Volchkov, Vit.V. Volchkov. – Basel: Birkhäuser, 2013. – 592 p.
2. Volchkov V.V. Integral geometry and convolution equations / V.V. Volchkov. – Dordrecht: Kluwer, 2003. – 454 p.
3. Volchkov V.V. Harmonic analysis of mean periodic functions on symmetric spaces and the Heisenberg group / V.V. Volchkov, Vit.V. Volchkov. – London: Springer, 2009. – 671 p.

**ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С ТЕОРЕМАМИ О СРЕДНЕМ
В ТЕОРИИ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ**

Волчкова Н.П.¹, канд. физ.-мат. наук, доц.,

Волчков Вит.В.², д-р физ.-мат. наук, проф.

¹ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ

²ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

volna936@gmail.com

Различные вопросы, связанные с ограничениями на радиусы в формулах средних значений, хорошо известны в теории гармонических функций [1] – [3]. В частности, используя теорему Брауна-Шрейбера-Тейлора о спектральном синтезе для подпространств в $C(\mathbb{R}^n)$, инвариантных относительно движений, можно получить следующее усиление классической теоремы о среднем для гармонических функций: если непрерывная на \mathbb{R}^n функция удовлетворяет уравнениям средних значений для всех шаров и сфер фиксированного радиуса, то она является гармонической на \mathbb{R}^n (см., например, [3], где содержится обобщение сформулированного утверждения). В связи с этим результатом возникает задача о восстановлении лапласиана по отклонению функции от ее средних значений на шарах и сферах фиксированного радиуса. На основе развития идей, предложенных в [4], нами получено решение этой задачи в явном виде. Ключевым шагом в доказательстве основного результата является разложение дельта-функции Дирака по системе радиальных распределений с носителями в фиксированном шаре, биортогональной к некоторой системе сферических функций. Подобный подход можно использовать для обращения ряда операторов свертки с радиальными распределениями с компактными носителями.

Список литературы

1. Netuka, I. Mean value property and harmonic functions / I. Netuka, J. Vesely // *Classical and Modern Potential Theory and Applications*. – 1972. – V. 72. – P. 403–416.
2. Volchkov, V.V. Integral geometry and convolution equations / V.V. Volchkov. – Dordrecht: Kluwer, 2003. – 454 p. – DOI: 10.1007/978-94-010-0023-9
3. Volchkov, V.V. Theorems on two radii on bounded domains of Euclidean spaces / V.V. Volchkov // *Different. Equat.* – 1994. – V. 30. – P. 1587–1592.
4. Volchkov, V.V. Harmonic analysis of mean periodic functions on symmetric spaces and the Heisenberg group / V.V. Volchkov, Vit.V. Volchkov. – London: Springer, 2009. – 671 p.

НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЁННЫХ ОПЕРАТОРНОЗНАЧНЫХ ЯДЕР

Заставный В.П., д-р физ.-мат. наук, доц.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

zastavn@rambler.ru

Естественным обобщением положительно определенных матриц и матричнозначных ядер являются положительно определенные операторы и операторнозначные ядра. Пусть H_1, H_2 – два гильбертовых пространства над полем комплексных чисел C , а $L(H_1, H_2)$ – множество всех линейных непрерывных операторов $A: H_1 \rightarrow H_2$ и $L(H) := L(H, H)$. Отметим, что $L(C^r, C^m) = M_{m,r}$, $L(C^m) = M_m$ и $L(C) = C$, где $M_{m,r}$ – множество всех комплексных матриц порядка $m \times r$ с элементами из C , $M_m := M_{m,m}$ – множество всех квадратных матриц порядка m и $C^m := M_{m,1}$ – множество всех векторов с m комплексными координатами. Для произвольного $A \in L(H_1, H_2)$ существует единственный сопряженный оператор $A^* \in L(H_2, H_1)$, такой что для всех $v \in H_1$, $u \in H_2$ выполняется равенство $(A^*u, v)_{H_1} = (u, Av)_{H_2}$.

Оператор $A \in L(H)$ называется положительно определенным, если $(Az, z) \geq 0$ для всех $z \in H$. Множество всех таких операторов обозначим символом $\Phi L(H)$. В частности, $\Phi L(C^m) = \Phi M_m$ – множество всех положительно определенных квадратных матриц порядка m . Оператор $A \in L(H)$ называется *строго положительно определенным*, если $(Az, z)_H > 0$ для всех $z \in H, z \neq 0$.

Пусть G – некоторое множество. Функция $K: G \times G \rightarrow L(H)$ называется положительно определенным операторнозначным ядром на $G \times G$ если неравенство $\sum_{l,k=1}^n (K(x_l, x_k)z_k, z_l)_H \geq 0$ выполняется для любых $n \in \mathbb{N}$, $z_1, \dots, z_n \in H$ и $x_1, \dots, x_n \in G$. Множество всех таких положительно определенных операторнозначных ядер $K: G \times G \rightarrow L(H)$ обозначим символом $\Phi(G \times G, L(H))$. Ядро $K \in \Phi(G \times G, L(H))$ называется *строго положительно определенным*, если указанное выше неравенство строгое при условии, что все точки $\{x_k\}_{k=1}^n$ попарно различны (т.е. $x_k \neq x_p$ при $k \neq p$) и не все $\{z_k\}_{k=1}^n$ равны нулю в H .

Если G – группа, то операторнозначная функция $f: G \rightarrow L(H)$ называется положительно определенной на G , если функция $K(x, y) := f(x - y)$ является положительно определенным операторнозначным ядром на $G \times G$. Множество всех таких функций обозначим символом $\Phi(G, L(H))$.

Далее считаем, что $\xi^* K(x, y)z := (K(x, y)z, \xi)_H$, где $K: G \times G \rightarrow L(H)$ и $\xi, z \in H$. Если $K \in \Phi(G \times G, L(H))$, то $K(x, x) \in \Phi M_m$, $K^*(x, y) = K(y, x)$ и $|\xi^* K(x, y)z|^2 \leq \xi^* K(x, x)\xi z^* K(y, y)z$ для всех $x, y \in G$, $\xi, z \in H$.

Теорема 1. Пусть $K \in \Phi(G \times G, L(H))$. Тогда для любых натуральных $n, m \in \mathbb{N}$, для произвольных наборов точек $\{(x_k, \xi_k)\}_{k=1}^n$, $\{(y_p, z_p)\}_{p=1}^m \subset G \times H$, $(x, \xi) \in G \times H$ выполняются неравенства

$$\left| \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^m \xi_k^* K(x_k, y_p)z_p \right|^2 \leq \sum_{k,p=1}^n \xi_k^* K(x_k, x_p)\xi_p \sum_{k,p=1}^m z_k^* K(y_k, y_p)z_p, \quad (1)$$

$$\left| \sum_{k=1}^n \xi^* K(x, x_k)\xi_k \right|^2 = \left| \sum_{k=1}^n \xi_k^* K(x_k, x)\xi \right|^2 \leq \xi^* K(x, x)\xi \sum_{k,p=1}^n \xi_k^* K(x_k, x_p)\xi_p.$$

Неравенство (1) обращается в равенство для некоторых натуральных $n, m \in \mathbb{N}$, наборов точек $\{(x_k, \xi_k)\}_{k=1}^n$, $\{(y_p, z_p)\}_{p=1}^m \subset G \times H$ тогда и только тогда, когда для всех $t \in G$ выполняется равенство

$$\sum_{k,p=1}^m z_k^* K(y_k, y_p)z_p \sum_{k=1}^n K(t, x_k)\xi_k = \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^m z_p^* K(y_p, x_k)\xi_k \sum_{p=1}^m K(t, y_p)z_p.$$

В частности неравенство $|\xi^* K(x, y)z|^2 \leq \xi^* K(x, x)\xi z^* K(y, y)z$ обращается в равенство для некоторых $(x, \xi), (y, z) \in G \times H$ тогда и только тогда, когда для всех $t \in G$ выполняется равенство $z^* K(y, y)z K(t, x)\xi = z^* K(y, x)\xi K(t, y)z$.

Система функций $f_k: G \rightarrow L(H), k = 1, \dots, n$, называется линейно зависимой на G , если существует система векторов $\{\xi_k\}_{k=1}^n \subset H$, не все равные нулю, такие, что на G справедливо тождество $f_1(x)\xi_1 + \dots + f_n(x)\xi_n \equiv 0 \in H$. Если это тождество выполняется только при $\xi_1 = \dots = \xi_n = 0 \in H$, то эта система функций называется линейно независимой на G .

Следствие 1. Пусть $K \in \Phi(G \times G, L(H))$. Тогда K является строго положительно определенным ядром тогда и только тогда, когда для любого $n \in \mathbb{N}$ и для любой системы попарно различных точек $\{x_k\}_{k=1}^n \subset G$ система функций $\{K(x, x_k)\}_{k=1}^n$ линейно независима на G .

Следствие 2. Пусть G – группа и $f \in \Phi(G, L(H))$. Тогда для любых натуральных $n, m \in \mathbb{N}$, для произвольных наборов точек $\{(x_k, \xi_k)\}_{k=1}^n$, $\{(y_p, z_p)\}_{p=1}^m \subset G \times H$, $x \in G$ выполняется неравенство

$$\left| \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^m \xi_k^* f(x_k + x - y_p)z_p \right|^2 \leq \sum_{k,p=1}^n \xi_k^* f(x_k - x_p)\xi_p \sum_{k,p=1}^m z_k^* f(y_k - y_p)z_p. \quad (2)$$

Неравенство (2) обращается в равенство для некоторых натуральных $n, m \in \mathbb{N}$, наборов точек $\{(x_k, \xi_k)\}_{k=1}^n, \{(y_p, z_p)\}_{p=1}^m \subset G \times H$, $x \in G$ тогда и только тогда, когда для всех $t \in G$ выполняется равенство

$$\begin{aligned} \sum_{k,p=1}^m z_k^* f(y_k - y_p) z_p \sum_{k=1}^n f(t - x - x_k) \xi_k \\ = \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^m z_p^* f(y_p - x - x_k) \xi_k \sum_{p=1}^m f(t - y_p) z_p. \end{aligned}$$

Следствие 3. Если $X = \{x_k\}_{k=1}^\infty, Y = \{y_p\}_{p=1}^\infty$ – две системы, каждая из которых состоит из счетного числа попарно различных целых точек, то для любых $A \in \Phi L(H)$, $n, m \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$, и для любых наборов $\{\alpha_k\}_{k=1}^n, \{\beta_p\}_{p=1}^m$ из H выполняется неравенство

$$\left| \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^m \frac{\sin(\pi x) \alpha_k^* A \beta_p}{x + x_k - y_p} \right|^2 \leq \pi^2 \sum_{k=1}^n \alpha_k^* A \alpha_k \sum_{p=1}^m \beta_p^* A \beta_p.$$

Из неравенства (1) при $n = 2, m = 1, (y_1, z_1) = (x, \xi) \in G \times H$, и заменой ξ_2 на $-\xi_2$, сразу получается неравенство (3), которое при $H = \mathbb{C}$ и $\xi_1 = \xi_2 = \xi = 1$ является неравенством М.Г. Крейна для комплексно-значных ядер.

Следствие 4. Пусть $K \in \Phi(G \times G, L(H))$. Тогда для любых $(x_1, \xi_1), (x_2, \xi_2), (x, \xi) \in G \times H$ справедливо неравенство

$$\begin{aligned} & |\xi_1^* K(x_1, x) \xi - \xi_2^* K(x_2, x) \xi|^2 \\ & \leq \xi^* K(x, x) \xi \operatorname{Re}(\xi_1^* K(x_1, x_1) \xi_1 + \xi_2^* K(x_2, x_2) \xi_2 - 2\xi_1^* K(x_1, x_2) \xi_2). \end{aligned} \quad (3)$$

Неравенство (3) обращается в равенство для некоторых $(x_1, \xi_1), (x_2, \xi_2), (x, \xi) \in G \times H$ тогда и только тогда, когда для всех $t \in G$ выполняется равенство

$$\begin{aligned} & \xi^* K(x, x) \xi (K(t, x_1) \xi_1 - K(t, x_2) \xi_2) \\ & = (\xi^* K(x, x_1) \xi_1 - \xi^* K(x, x_2) \xi_2) K(t, x) \xi. \end{aligned}$$

Аналогичные утверждения в случае $H = \mathbb{C}$ доказаны автором в работе [1].

Список литературы

1. Заставный В.П. Неравенства для положительно определенных функций / В.П. Заставный // Матем. Заметки. – 2020. – Т. 108, № 6. – С. 823–836.

НОВЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МАГИЧЕСКИХ КВАДРАТОВ

Иванов А.Ю., канд. физ.-мат. наук,

Мельник А.-В.В., канд. техн. наук

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

o.ivanov@donnu.ru

Матрица $n \times n$, заполненная числами от 1 до n^2 так, что их суммы в каждой строке, столбце, а также по главной и побочной диагоналям были равны между собой, называется классическим магическим квадратом порядка n [1].

В течении более чем четырех тысячелетней истории развития математической теории магических квадратов [2] выделились два основных направления исследований: вычисление количества различных магических квадратов заданного порядка, а также методы построения матриц данного типа.

Нетрудно видеть, что различных классических магических квадратов (будем считать, что матрицы, полученные друг из друга при помощи поворотов и отражений, идентичны) порядка $n=2$ не существует, а порядка $n=3$ – единственный. При помощи методов, сводящихся к полному перебору, вычислено точное количество магических квадратов для матриц порядка $n=4$ и $n=5$ [2, 3], причем для пятого порядка была использована вычислительная техника. Однако для более высоких порядков используемые подходы столкнулись с непреодолимыми трудностями вычислительного характера. К. Пинн и Ц. Вейцерковски разработали новый подход к оцениванию количества классических магических квадратов заданного порядка. Данный метод основывается на применении метода Монте Карло и дает статистическую оценку количества квадратов. Так, например, ими установлено, что различных магических квадратов порядка 6 $(0.17745 \pm 0.00016) \times 10^{20}$ [4]. Вопрос о получении аналитического соотношения, описывающего зависимость количества классических магических квадратов от их порядка, является одной из центральных открытых проблем математической теории магических квадратов.

Ввиду выше означенных сложностей с вычислением количества различных магических квадратов старших порядков, значительное место в развитии математической теории магических квадратов заняли алгоритмы построения магических квадратов заданного порядка. Существует множество различных методов конструирования магических квадратов – подробно познакомится с ними можно, например, в монографиях [5, 6]. Следует отдельно отметить, что каждый из известных методов построения

магических квадратов позволяет конструировать лишь незначительное (относительно общего количества квадратов заданного порядка) число различных магических квадратов, поэтому новые алгоритмы по-прежнему представляют значительный интерес в плане развития математической теории магических квадратов.

Авторам удалось обобщить алгоритм конструирования полумагических квадратов нечетного порядка, обоснованный в работе [7], на случай квадратов произвольного превосходящего 2 и не равного 6 порядка, а также распространить его для построения магических квадратов нечетного порядка.

Список литературы

1. Гутерман А. Э. Алгебра полумагических матриц и ее длина/ А. Э. Гутерман, О. В. Маркова, С. Д. Сочнев // Зап.научн.сем. ПОМИ. – 2013. – Т. 419 – С. 52–76
2. Ollerenshaw K. Magic Squares of Order Four/ K. Ollerenshaw, H. Bondi// Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Mathematical and Physical Sciences. Royal Society – 1982. – V. 306, № 1495 – pp. 443–532
3. Gardner M. Mathematical Games/ M. Gardner// Scientific American – January 1976 – V. 234 – p. 118–122
4. Pinn K. Number of magic squares from parallel tempering Monte Carlo/ K. Pinn, C. Wierczkowski// International Journal of Modern Physics C. – 1998 – V. 09 № 04 – P. 541–546
5. Постников М. М. Магические квадраты/ М. М. Постников. – Москва: издательство "Наука", математическая библиотека, 1964 – 84 с.
6. Чебраков Ю. В. Магические квадраты : Теория чисел, алгебра, комбинаторный анализ / Ю.В. Чебраков. – СПб. : СПб. ГТУ, 1995. – 368 с
7. Иванов А.Ю. О построении магических квадратов / А.Ю. Иванов, А.-В.В.Мельник // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2020. – № 2. – С. 61–67.

УДК 517.9

ОБ АПРИОРНЫХ ОЦЕНКАХ ДЛЯ ТЕНЗОРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДВУХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ С КРАТНЫМ ВЕЩЕСТВЕННЫМ НУЛЕМ

Лиманский Д.В., канд. физ.-мат. наук, доц.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

ГУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ

d.limanskiy@donnu.ru

Рассматривается задача об описании линейного пространства $L(P)$ минимальных дифференциальных операторов $Q(D)$, подчиненных тензорному произведению $P(D) = P_1(D_1, \dots, D_{p_1}) \otimes P_2(D_{p_1+1}, \dots, D_n)$ двух

дифференциальных операторов в $L^\infty(\mathbb{R}^n)$ – норме, т. е. пространство операторов $Q(D)$, удовлетворяющих априорной оценке

$$\|Q(D)f\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \leq C_1\|P(D)f\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} + C_2\|f\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)}, \quad f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n),$$

с некоторыми постоянными $C_1, C_2 > 0$, не зависящими от выбора f .

Ранее пространство $L(P)$ было описано для эллиптических операторов $P_1(D)$ и $P_2(D)$, символы которых невырождены или однородны [1]. При $n = 2$, т. е. для тензорного произведения

$$P(D) = p_1(D_1) \otimes p_2(D_2) \quad (1)$$

двух обыкновенных дифференциальных операторов, в ряде работ автора было получено описание пространства $L(P)$ в случаях, когда один из символов сомножителей в (1) не имеет кратных нулей (см., например, [2]).

Здесь мы описываем пространство $L(P)$ для случая, когда нули каждого из символов сомножителей в (1) вещественные, причем среди них ровно один нуль произвольной кратности, а остальные — простые.

Теорема. Пусть $P(D)$ — дифференциальный полином вида (1), где

$$p_1(\xi_1) = (\xi_1 - \alpha_0)^l \prod_{j=1}^p (\xi_1 - \alpha_j), \quad p_2(\xi_2) = (\xi_2 - \beta_0)^m \prod_{k=1}^q (\xi_2 - \beta_k),$$

где α_j и β_k — вещественные числа, такие, что $\alpha_j \neq \alpha_k$ и $\beta_j \neq \beta_k$ при $j \neq k$.

Тогда включение $Q \in L(P)$ эквивалентно тождеству $Q(D) = c_0 P(D) + c_1$ с некоторыми константами $c_j \in \mathbb{C}$, т. е. равенству $\dim L(P) = 2$.

Список литературы

1. Лиманский Д.В. Эллиптические и слабо коэрцитивные системы операторов в пространствах Соболева / Д.В. Лиманский, М.М. Маламуд // Матем. сборник. – 2008. – Т. 199. – № 11. – С. 75–112.
2. Лиманский Д.В. О подчиненности одного дифференциального оператора тензорному произведению других в пространстве $C^\infty(\mathbb{R}^n)$ / Д.В. Лиманский // Вестник ДонНУ. Сер. А. Естеств. науки. – 2017. – № 2. – С. 41–49.

УДК 517.5+519.213

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЁННЫХ ФУНКЦИЙ С КОМПАКТНЫМ НОСИТЕЛЕМ

Манов А.Д., канд. физ.-мат. наук

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

manov.ad@ro.ru

Комплекснозначная функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ называется положительно определённой на \mathbb{R} ($f \in \Phi(\mathbb{R})$), если для любого $m \in \mathbb{N}$, и для любых точек $\{x_i\}_{i=1}^m \subset \mathbb{R}$, а также для любого набора комплексных чисел $\{c_i\}_{i=1}^m \subset \mathbb{C}$ выполнено неравенство

$$\sum_{i,j=1}^m c_i \bar{c}_j f(x_i - x_j) \geq 0. \quad (1)$$

Если $f \in \Phi(\mathbb{R})$, то из неравенства (1) при $m = 2$ вытекает, что $|f(x)| \leq f(0)$, $x \in \mathbb{R}$ и функция f является эрмитовой, т. е. $f = \tilde{f}$, где $\tilde{f}(x) := \overline{f(-x)}$, $x \in \mathbb{R}$.

В данной работе нас будет интересовать следующее выпуклое подмножество положительно определённых функций. Пусть $\sigma > 0$. Символом \mathfrak{F}_σ обозначим множество функций $\varphi \in \Phi(\mathbb{R}) \cap C(\mathbb{R})$ таких, что $\text{supp } \varphi \subset [-\sigma, \sigma]$ и $\varphi(0) = 1$. Класс функций \mathfrak{F}_σ не пуст. Например, можно показать, что функция $\varphi(x) = (1 - |x/\sigma|)_+$, $x \in \mathbb{R}$ принадлежит классу \mathfrak{F}_σ .

Пусть $\rho \in L_{loc}(\mathbb{R})$. По функции ρ определим следующий линейный функционал:

$$\langle \rho, \varphi \rangle := \int_{\mathbb{R}} \varphi(x) \rho(x) dx, \quad \varphi \in C_c(\mathbb{R}). \quad (2)$$

Не сложно проверить, что если $\rho = \tilde{\rho}$, то функционал (2) на функциях из $\varphi \in \Phi(\mathbb{R}) \cap C_c(\mathbb{R})$ принимает только вещественные значения. Рассмотрим следующую общую задачу.

Задача 1. Пусть $\sigma > 0$, $\rho \in L_{loc}(\mathbb{R})$, $\rho(x) := \overline{\rho(-x)}$, $x \in \mathbb{R}$. Требуется найти следующие величины:

$$M(\rho, \sigma) := \sup\{\langle \rho, \varphi \rangle : \varphi \in \mathfrak{F}_\sigma\}, \quad m(\rho, \sigma) := \inf\{\langle \rho, \varphi \rangle : \varphi \in \mathfrak{F}_\sigma\}. \quad (3)$$

Если $\rho \equiv 1$, то величина $M(\rho, \sigma)$ была найдена Зигелем [1] в 1935 году и независимо Боасом и Кацом (см. [2, Theorem 5]) в 1945 году. В этом случае $M(\rho, \sigma) = \sigma$ и достигается она на функции $\varphi(x) = (1 - |x/\sigma|)_+$. Отметим также, что Зигелем было получено решение более общей задачи для положительно определённых функций в \mathbb{R}^n с носителем в шаре. Результат Зигеля был также получен независимо Д. В. Горбачевым [3].

В работе автора [4] найдены явные решения задачи 1 в следующих случаях: $\rho(x) = ix$, $\rho(x) = x^2$ и $\rho(x) = i \operatorname{sign} x$, $x \in \mathbb{R}$.

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Теорема 1. Пусть $\sigma > 0$ и $\rho(x) := \cos \alpha \operatorname{ch}(px) + i \sin \alpha \operatorname{sh}(px)$, где $p > 0$ и $\alpha \in \mathbb{R}$. Тогда

$$M(\rho, \sigma) = \frac{\sigma}{2} \left(\cos \alpha + \sqrt{\left(\frac{\operatorname{sh}(\sigma p)}{\sigma p} \right)^2 - \sin^2 \alpha} \right),$$

$$m(\rho, \sigma) = \frac{\sigma}{2} \left(\cos \alpha - \sqrt{\left(\frac{\operatorname{sh}(\sigma \rho)}{\sigma \rho} \right)^2 - \sin^2 \alpha} \right).$$

Список литературы

1. Siegel C. L. Über Gitterpunkte in konvexen Körpern und damit zusammenhängendes Extremal problem / C. L. Siegel // Acta Math. – 1935. – Vol. 65, № 1. – P. 307 – 323.
2. Boas R.P., Jr. Inequalities for Fourier transforms of positive functions / R.P., Jr Boas, M. Кач // Duke Math. J. – 1945. – Vol. 12, № 1. – P. 189 – 206.
3. Горбачев Д. В. Экстремальная задача для периодических функций с носителем в шаре / Д. В. Горбачев // Матем. заметки. – 2001. – Т. 69, № 3. – С. 346 – 352.
4. Манов А. Д. Об одной экстремальной задаче для положительно определённых функций / А. Д. Манов // Чебышевский сборник. – 2021. – Т. 22, № 5. – С. 161 – 171.

УДК 517.988.28

РАДИУС ПОМПЕЙЮ ДЛЯ СЕМЕЙСТВА ИЗ СЕКТОРА И ПОЛУКРУГА

Машаров П.А., канд. физ.-мат. наук

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ

p.masharov@donnu.ru

Введение и постановка задачи. Пусть \mathbb{R}^n – действительное евклидово пространство размерности $n \geq 2$ со стандартной евклидовой нормой $|\cdot|$, $M(n)$ – группа движений \mathbb{R}^n , B – открытое множество в \mathbb{R}^n . Компактное множество $A \subset \mathbb{R}^n$ называется множеством Помпейю в B , если любая локально суммируемая функция $f: B \rightarrow \mathbb{C}$, для которой выполняются условия

$$\int_{\lambda A} f(x) dx = 0 \quad (1)$$

при всех $\lambda \in M(n)$, для которых $\lambda A \subset B$, равна нулю почти всюду в B . Совокупность всех множеств Помпейю в B обозначим $\mathcal{P}(B)$. Классическая проблема Помпейю заключается в описании $\mathcal{P}(\mathbb{R}^n)$. Она была поставлена румынским математиком Помпейю в прошлом веке, в настоящее время хорошо изучена (см. обзоры [1-2] с обширной библиографией), но полностью не решена. В [3] было доказано, что если $A \in \mathcal{P}(\mathbb{R}^n)$, то $A \in \mathcal{P}(\mathbb{B}_R)$, где $\mathbb{B}_R = \{x \in \mathbb{R}^n: |x| < R\}$ – шар, $R \geq 2r^*(A)$, $r^*(A) = \inf\{R > 0: \lambda A \subset \mathbb{B}_R, \lambda \in M(n)\}$. В связи с этим, в [3] поставлена

Проблема 1. Для данного компактного $A \subset \mathbb{R}^n$ найти значение

$$\mathcal{R}(A) = \inf\{R > 0: A \in \mathcal{P}(\mathbb{B}_R)\}.$$

Эту величину естественно называть радиусом Помпейю для A .

Пусть имеем некоторое фиксированное семейство компактных множеств $\{A_j\}_{j=1}^m$. Если для комплекснозначной локально суммируемой в шаре \mathbb{B}_R функции f из выполнения условия (1) при всех $A = A_j$ ($j = 1, 2, \dots, m$) и $\lambda_j \in M(n)$ таких, что $\lambda_j A_j \subset \mathbb{B}_R$, следует $f = 0$ п.в. в \mathbb{B}_R , будем говорить, что $\{A_j\}_{j=1}^m$ является семейством Помпейю в шаре \mathbb{B}_R и обозначать $\{A_j\} \in \mathcal{P}(\mathbb{B}_R)$.

Аналогично проблеме 1 возникает (см., например, [4])

Проблема 2. Для данного семейства $\{A_j\}_{j=1}^m$ компактных множеств $A_j \subset \mathbb{R}^n$ найти величину

$$\mathcal{R}(\{A_j\}) = \inf\{R > 0: \{A_j\} \in \mathcal{P}(\mathbb{B}_R)\}.$$

Достаточно полное описание множеств, для которых решены указанные проблемы или получены хорошие оценки искомых величин, содержится в [3-5]. В данной работе проблема 2 решена для семейства, состоящего из кругового сектора и полукруга в \mathbb{R}^2 .

Рассмотрим круговой сектор раствора $\pi/2$

$$L_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 \leq 1, -x \leq y \leq x\}$$

и полукруг

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}.$$

Для компактного множества $A \subset \mathbb{R}^n$ и положительного числа μ рассмотрим множество $\mu A = \{x \in \mathbb{R}^n: \frac{x}{\mu} \in A\}$. Очевидно, что для любого такого μ и компакта A имеет место равенство $\mathcal{R}(\mu A) = \mu \mathcal{R}(A)$.

Поскольку $\mathcal{R}(L_1) = 1$, $\mathcal{R}(D) = \frac{\sqrt{5}}{2}$, рассмотрим $L = \frac{\sqrt{5}}{2} L_1$. В этом случае $\mathcal{R}(D) = \mathcal{R}(L) = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Основным результатом работы представляет

Теорема. *Имеет место равенство*

$$\mathcal{R}(\{L, D\}) = \frac{9\sqrt{5}}{20}.$$

Для доказательства сформулированного утверждения были изучены размещения рассматриваемых множеств внутри круга, найдены экстремальные расстояния от центра круга до элементов множеств. Решение системы определенных неравенств позволило оценить снизу радиус Помпейю. Традиционными для решения подобных проблем методами, была найдена оценка сверху искомой величины.

Выводы. В работе получено точное значение величины $\mathcal{R}(\{L, D\}) = \frac{9\sqrt{5}}{20} \approx 1,0062$. Для сравнения заметим, что $\mathcal{R}(D) = \mathcal{R}(L) = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1,1180$, то есть построен пример семейства, для которого имеет место строгое

неравенство $\mathcal{R}(\{L, D\}) < \min\{\mathcal{R}(D), \mathcal{R}(L)\}$. Подобные результаты имеют приложения в комплексном анализе, теории аппроксимации.

Список литературы

1. Zalcman, L. A bibliographic survey of Pompeiu problem. Approximation by solutions of partial differential equations / L. Zalcman; ed. B. Fuglede et al., 1992. – P. 185–194.
2. Zalcman, L. Supplementary bibliography to 'A bibliographic survey of the Pompeiu problem'. In: Radon Transforms and Tomography / L. Zalcman // Contemp. Math. – 2001. – № 278. – P. 69–74.
3. Volchkov, V.V. Integral Geometry and Convolution Equations / V.V. Volchkov. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. – 454 p.
4. Машаров, П.А. Локальный вариант проблемы Помпейю для семейства из треугольника и квадрата / П.А. Машаров, Е.А. Рыбенко // Труды Института прикладной математики и механики. – 2020. – Т. 34. – С. 85–92. – ISSN 1683-4720.
5. Volchkov, V.V. Harmonic Analysis of Mean Periodic Functions on Symmetric Spaces and the Heisenberg Group / V.V. Volchkov, Vit.V. Volchkov. – London: Springer, 2009. – 671 p.

УДК 517.54+512.624

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МЁБИУСА НА КОМПЛЕКСНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ТОРАХ

Мнухин В.Б., канд. физ.-мат. наук, доц.

ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет», г. Ростов-на-Дону, РФ
mnukhin.valeriy@mail.ru

Введение. Целью работы является изучение свойств преобразования Мёбиуса (дробно-линейного преобразования) на конечных полях, называемых комплексными дискретными торами, и являющихся конечными аналогами непрерывного комплексного поля. Показывается, что, при определенной интерпретации понятий, такое преобразование обладает круговым свойством.

Комплексные дискретные торы. В настоящее время, при решении задач, связанных с обработкой цифровых изображений и с их криптографической защитой, интенсивно применяются конечные поля, аналогичные, в некотором смысле, непрерывному полю комплексных чисел. Для построения таких полей условимся о следующих обозначениях.

Как обычно, будем обозначать через \mathbb{Z} , \mathbb{R} , и \mathbb{C} , соответственно, кольцо целых, действительное поле, и комплексное поле. Кольцо классов вычетов по модулю целого $n > 1$ условимся обозначать как $\mathbb{Z}_n = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, а конечное поле из p^m элементов — как $\mathbb{GF}(p^m)$, где число p простое, а $m > 0$ — целое. Напомним, что в теории чисел *гауссовыми целыми*

называются комплексные числа вида $a + ib$, где $a, b \in \mathbb{Z}$. Как очевидно, множество $\mathbb{Z}[i]$ гауссовых целых является коммутативным кольцом.

Рассмотрим теперь кольцо многочленов $\mathbb{Z}_p[x]$ и построим на его основе конечный аналог поля \mathbb{C} . Возможность такого построения основана на том известном факте, что, если для какого-нибудь целого $k > 0$ число $p = 4k + 3$ оказывается простым, то многочлен $x^2 + 1$ будет неприводимым над полем \mathbb{Z}_p . Пользуясь стандартным методом расширения полей, приходим к следующему определению [1].

Определение 1. Пусть целое число $p \geq 3$ — простое и такое, что $p \equiv 3 \pmod{4}$. Тогда конечное поле

$$\mathbb{C}(p) = \mathbb{Z}_p[x]/(x^2 + 1) \cong \mathbb{GF}(p^2)$$

называется *гауссовым полем*.

Поскольку комплексное поле $\mathbb{C} \cong \mathbb{R}[x]/(x^2 + 1)$ само является квадратичным расширением кольца $\mathbb{R}[x]$, можно заметить определенную аналогию между \mathbb{C} и $\mathbb{C}(p)$. С учётом этого, условимся там, где нет опасности недопонимания, обозначать элементы поля $\mathbb{C}(p)$ так же, как и комплексные числа, то есть писать $z = a + ib \in \mathbb{C}(p)$, понимая под $a, b \in \mathbb{Z}_p$ классы вычетов по модулю p , а под i — класс вычетов x по модулю идеала $(x^2 + 1)$. Будем называть $z \in \mathbb{C}(p)$ *дискретными комплексными числами*, и использовать при работе с ними стандартную терминологию комплексного анализа. В частности, под *сопряженным* к z будем понимать $\bar{z} = a - bi \in \mathbb{C}(p)$, а *нормой* z будем называть $N(z) = z\bar{z} = a^2 + b^2 \in \mathbb{Z}_p$.

Заметим, что элементы $\mathbb{Z}[i]$ образуют квадратную решетку на комплексной плоскости \mathbb{C} . В свою очередь, элементы $\mathbb{C}(p)$ естественно соответствуют узлами аналогичной решетки на поверхности тора $\mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_p$, см. рис. 1. Поэтому в [1] поля $\mathbb{C}(p)$ называют также *комплексными дискретными торами* или, для краткости, *дискретными торами*. (Подчеркнем, что следует избегать слово-сочетания *дискретный комплексный тор*, поскольку в математике понятие «*комплексный тор*» используется в ином смысле.)

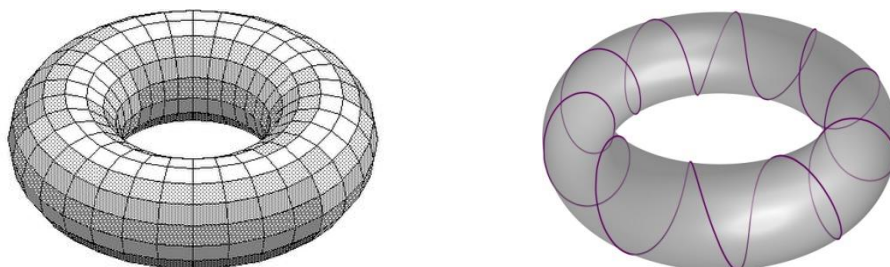


Рис. 1. Дискретный тор и «прямая» на нём

На комплексных дискретных торах естественно вводятся [1, 2] аналоги экспоненциальной, логарифмической, и тригонометрических

функций, преобразования Фурье и Меллина, а также ряд других понятий. В частности, цифровые изображения размера $p \times p$ могут рассматриваться как функции на $\mathbb{C}(p)$, что позволило предложить [3] метод распознавания на изображениях объектов, обладающих симметрией четвертого порядка.

Преобразование Мёбиуса. Развивая аналогию между \mathbb{C} и $\mathbb{C}(p)$, определим на дискретных торах *преобразование Мёбиуса*, называемое в комплексном анализе также *дробно-линейным преобразованием*.

Напомним [4], что, в отличие от обычной функции комплексного переменного, преобразование Мёбиуса $M(z)$ определяется на расширенной комплексной плоскости $\hat{\mathbb{C}} = \mathbb{C} \cup \{\infty\}$, получаемой из \mathbb{C} формальным добавлением точки ∞ ; такая *компактификация* позволяет рассматривать $\hat{\mathbb{C}}$ как сферу Римана. Обратимое преобразование $M(z): \hat{\mathbb{C}} \rightarrow \hat{\mathbb{C}}$ зависит от параметров $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ таких, что $ab - bc \neq 0$. При $c \neq 0$ оно задается выражением

$$M(z) = \begin{cases} \frac{az+b}{cz+d}, & z \neq -d/c \\ \infty, & z = -d/c \\ a/c, & z = \infty \end{cases}$$

(Заметим, что тривиальный случай $c = 0$ не рассматривается.) Считая параметры лежащими в $\mathbb{C}(p)$, перенесём преобразование Мёбиуса на расширенные торы $\widehat{\mathbb{C}(p)} = \mathbb{C}(p) \cup \{\infty\}$, понимая под ∞ формально добавленный к $\mathbb{C}(p)$ элемент (его удобно считать лежащим в геометрическом центре тора $\mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_p$).

Круговое свойство. Как известно [4], непрерывное преобразование Мёбиуса обладает *круговым свойством*: образом прямой или окружности на сфере Римана при отображении $w = M(z)$ является прямая или окружность. Как оказывается, на комплексных дискретных торах это свойство сохраняется.

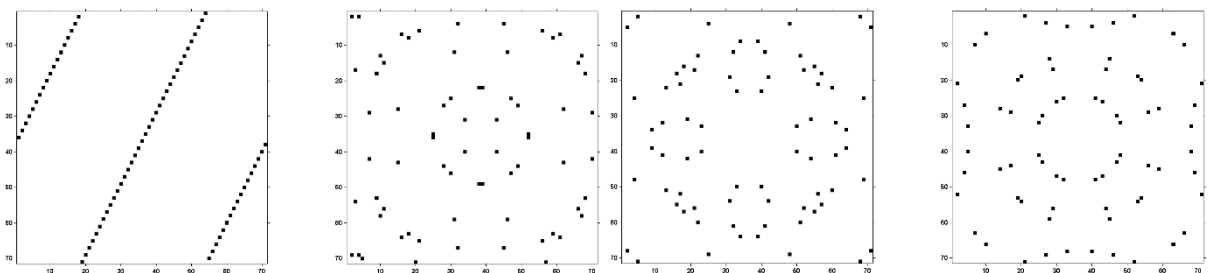


Рис. 2. Прямые и окружности на дискретном торе $\mathbb{C}(71)$, и их образы при инверсии

Определение 2. *Прямой и окружностью* на дискретном торе $\widehat{\mathbb{C}(p)}$ будем называть, соответственно, множества

$$L(u, l) = \{z \in \widehat{\mathbb{C}(p)} : \bar{u}z + u\bar{z} = l\} \quad \text{и} \quad C(n, z_0) = \{z \in \widehat{\mathbb{C}(p)} : N(z - z_0) = n\},$$

где $u, z_0 \in \mathbb{C}(p)$, а $l, n \in \mathbb{Z}_p$.

Разумеется, эти множества точек устроены иначе, чем их непрерывные аналоги. Примеры приведены на рис. 2, демонстрирующем развёртки тора $\mathbb{C}(71)$. Слева показана прямая $\bar{u}z + u\bar{z} = 1$ для $u = 1 - 2i$, далее, окружность $N(z - u) = 5$, являющаяся образом этой прямой при инверсии $w = 1/z$; затем показаны окружность $N(z) = 17$ и её инверсивный образ $N(z) = 46$. Отметим, что прямые $L(u, l)$ можно интерпретировать как спирали на торе, см. рис. 1.

Утверждение 1. *Преобразование Мёбиуса на комплексном дискретном торе преобразует окружности в окружности или прямые, а прямые – в прямые или окружности.*

Приведенный выше результат представляет интерес в связи с тем, что даже простейшие преобразования $w = az$, ($a \in \mathbb{C}(p)$), называемые в [5] *гауссовыми вращениями*, приводят, вообще говоря, к столь значительным искажениям цифровых изображений на дискретных торах, что их предлагается использовать для защиты графической информации. Утверждение 1 обобщает полученные в [5] результаты о гауссовых вращениях, и проясняет их природу. Более того, оно позволяет рассчитывать на возможность введения на дискретных торах конечных аналогов конформных отображений.

Список литературы

1. Mnukhin, V.B. Transformations of digital images on complex discrete tori / V.B.Mnukhin// Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications. — 2014. — V. 24, №. 4. — PP. 552-560. — DOI 10.1134/s10546-618-1404-0142.
2. Lima, J.B., Campello de Souza, R.M. Finite fields trigonometric transforms / J.B. Lima, R.M. Campello de Souza // Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing. – 2011. – V. 22, №. 5-6. – PP. 393–411. – DOI 10.1007/s00200-011-0158-0.
3. Karkishchenko A.N., Mnukhin V.B. Fourfold symmetry detection in digital images based on finite gaussian fields / A.N. Karkishchenko, V.B. Mnukhin // Adv. Intell. Syst. – 2016. – V. 451. – PP. 153–162. – DOI: 10.1007/978-3-319-33816-3_16.
4. Маркушевич, А.И. Теория аналитических функций. Том 1 / А.И. Маркушевич – М:Наука, 1967. – 488 с.
5. Каркищенко А.Н., Мнухин В.Б. Применение гауссовых вращений для защиты графической информации / А.Н. Каркищенко, В.Б. Мнухин // Машинное обучение и анализ данных. – 2017. Т. 3, № 1. – С. 61-75. – DOI: 10.21469/22233792.3.1.05.

О НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Обуховский В.В., д-р физ.-мат. наук, проф.,

Петросян Г.Г., канд. физ.-мат. наук, доц.,

Сорока М.С., канд. физ.-мат. наук

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный педагогический университет»,
г. Воронеж, РФ.

valerio-ob2000@mail.ru, garikpetrosyan@yandex.ru, marya.afanasowa@yandex.ru

Введение. В данной работе рассматривается теорема существования решений для дифференциального включения дробного порядка в банаховом пространстве, а также описывается свойство множества решений поставленной задачи.

Основная часть. Пусть E – сепарабельное банахово пространство. Символом $Kv(E)$ – обозначим множество всех непустых компактных и выпуклых подмножеств E .

Мы рассматриваем задачу Коши для полулинейного дифференциального включения дробного порядка в сепарабельном банаховом пространстве E , следующего вида:

$$\begin{cases} D^q x(t) \in Ax(t) + F(t, x(t)), & t \in [0, T], \\ x(0) = g(x), \end{cases} \quad (1)$$

$$\quad (2)$$

где $D^q, 0 < q < 1$, – дробная производная Капуто, $F: [0, T] \times E \rightarrow Kv(E)$ – многозначное отображение, $A: D(A) \rightarrow E$ – линейный замкнутый оператор в E (не обязательно ограниченный), и $g: C([0, T]; E) \rightarrow E$.

Определение 1. Интегральным решением задачи Коши (1) – (2) на промежутке $[0, T]$ называется такая функция $x \in C([0, T]; E)$, что

$$x(t) = \mathfrak{S}(t)g(t) + \int_0^t (t-s)^{q-1} \mathfrak{I}(t-s)f(s, x(s))ds, \quad t \in [0, T],$$

где $\mathfrak{S}(t) = \int_0^\infty \xi_n(\theta)T(t^q\theta)d\theta$, $\mathfrak{I}(t) = q \int_0^\infty \theta \xi_n(\theta)T(t^q\theta)d\theta$

$$\xi_q(\theta) = \frac{1}{q} \theta^{-1-\frac{1}{q}} \Psi_q \left(\theta^{-\frac{1}{q}} \right),$$

$$\Psi_q(\theta) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \theta^{-qn-1} \frac{\Gamma(nq+1)}{n!} \sin(n\pi q), \quad \theta \in \mathbb{R}^+$$

Рассмотрим мультиоператор $\mathcal{G}: C([0, T]; E) \rightarrow C([0, T]; E)$, заданный следующим образом:

$$\mathcal{G}(x)(t) = \mathfrak{S}(t)g(t) + \int_0^t (t-s)^{q-1} \mathfrak{I}(t-s)f(s, x(s))ds, \quad t \in [0, T],$$

где $f(s, x(s)) \in F(s, x(s))$.

Можно установить, что мультиоператор \mathcal{G} , является разрешающим мультиоператором для данной задачи Коши, то есть каждая неподвижная точка \mathcal{G} есть решение задачи (1) – (2).

Пусть мультиотображение $F: [0, T] \times E \rightarrow Kv(E)$ удовлетворяет следующим условиям:

(F1) Мультифункция $F(\cdot, v): [0, T] \rightarrow Kv(E)$ – допускает измеримое сечение для всех $v \in E$;

(F2) Мультиотображение $F(t, \cdot): E \rightarrow Kv(E)$ – полунепрерывно сверху для п.в. $t \in [0, T]$;

(F3) Для каждого $n \in N$ найдется функция $\omega_n \in L^\infty([0, T])$ такая, что для любой функции $v \in C[0, T]$, удовлетворяющей оценке $\|v\|_E \leq n$, выполнено:

$$\|F(t, v)\| := \sup\{\|f\|_E : f \in F(t, v)\} \leq \omega_n(t);$$

(F4) найдется функция $\mu \in L^\infty([0, T])$ такая, что для любого ограниченного множества $Q \subset E$ мы имеем:

$$\chi(F(t, Q)) \leq \mu(t)\chi(Q), \quad \text{п. в } t \in [0, T]$$

где χ – мера некомпактности Хаусдорфа в E .

На оператор A и отображение g , мы накладываем следующие условия:

(A) $A: D(A) \rightarrow E$ – линейный замкнутый оператор в E , порождающий сильно непрерывную C_0 – полугруппу $\{T(t)\}_{t \geq 0}$, которая является равномерно непрерывной, и пусть

$$M = \sup\{\|T(t)\|; t \in [0, \infty)\}.$$

(g1) $g: C([0, T]; E) \rightarrow E$ – вполне непрерывное отображение.

(g2) существует последовательность $\{\rho_n\}$, такая, что для любого $x \in C([0, T]; E)$, $\|x\| \leq n$, выполнено $\|g(x)\| \leq \rho_n$ и при этом:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M\rho_n}{n} < 1$$

Заключение. Основным результатом данной работы является следующий результат.

Теорема 1. При выполнении условий (A), (F1), (F2), (F3), (F4), (g1), (g2) и асимптотического условия

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\|\omega_n\|_\infty}{n} = 0$$

где $\omega_n(\cdot)$ – функции, определенные в условии (F3), множество решений задачи Коши (1) – (2) непусто и компактно.

Список литературы

1. Борисович, Ю. Г. Введение в теорию многозначных отображений и дифференциальных включений / Ю. Г. Борисович, Б. Д. Гельман, А. Д. Мышкис, В. В. Обуховский. – Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: Книжный дом «Либроком», 2011. – 224 с. – ISBN: 978-5-397-01526-4.

2. Сорока, М.С. О существовании решения периодической краевой задачи для полулинейных дифференциальных включений дробного порядка из интервала (3,4) в банаховых пространствах / М.С Сорока., Г.Г. Петросян // Прикладная математика Физика. – 2021. – С. 266-283.
3. Kilbas, A. A. Theory and Applications of Fractional Differential Equations / A. A. Kilbas, H. M. Srivastava, J. J. Trujillo // North-Holland Mathematics Studies, 204, Elsevier Science B.V., Amsterdam, 2006. – 541 p. – ISBN: 9780444518323.
4. Kamenskii, M. Condensing Multivalued Maps and Semilinear Differential Inclusions in Banach Spaces / M. Kamenskii, V. Obukhovskii, P. Zecca // Berlin – New-York: Walter de Gruyter, 2001. – 231 p. ISBN: 9783110870893
5. Miller, K. S. An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations / K. S. Miller, B. Ross // John Wiley, Inc., New York, 1993. – 384 p. ISBN: 0471588849
6. Podlubny, I. Fractional Differential Equations / I. Podlubny // Academic Press, San Diego, 1999. – 340 p.
7. Petrosyan, G. Antiperiodic boundary value problem for a semilinear differential equation of fractional order / G. Petrosyan // The Bulletin of Irkutsk State University. Series: Mathematics. – 2020. – P. 51-66.

УДК 517.927.25

О ПОЛНОТЕ СИСТЕМ СОБСТВЕННЫХ И ПРИСОЕДИНЁННЫХ ФУНКЦИЙ НЕКОТОРЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ И ИХ СОПРЯЖЁННЫХ

Оридорога Л.Л., канд. физ.-мат. наук
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
l.oridoroga@donnu.ru

Известно (см [1]), что система собственных и присоединённых функций оператора Штурма–Лиувилля

$$-y''(x) + q(x)y(x) = \lambda y(x) \quad (1)$$

с граничными условиями общего вида

$$\begin{cases} a_1 y'(0) + b_1 y(0) + c_1 y'(1) + d_1 y(1) = 0 \\ a_2 y'(0) + b_2 y(0) + c_2 y'(1) + d_2 y(1) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

при нулевом потенциале (т.е. при $q(x) \equiv 0$) полна в пространстве $L^2(0; 1)$ в том и только том случае, если граничные условия (2) не вырождены. Т.к. граничные условия оператора Штурма–Лиувилля и сопряжённого к нему вырождены или не вырождены одновременно, то системы собственных и присоединённых функций операторов (1), (2) и сопряжённого к нему полны или неполны одновременно.

Но для систем дифференциальных уравнений, даже в случае второго порядка

$$\begin{cases} \frac{b_1}{i} y_1'(x) + q_1(x)y_2(x) = \lambda y_1(x) \\ \frac{b_2}{i} y_2'(x) + q_2(x)y_1(x) = \lambda y_2(x) \end{cases} \quad (3)$$

невырожденность граничных условий, даже при нулевом потенциале ($q_1(x) \equiv 0$ & $q_2(x) \equiv 0$) не является достаточным условием полноты системы собственных и присоединённых функций. И существуют системы второго порядка с нулевым потенциалом и граничными условиями общего вида

$$\begin{cases} a_1 y_1(0) + b_1 y_2(0) + c_1 y_1(1) + d_1 y_2(1) = 0 \\ a_2 y_1(0) + b_2 y_2(0) + c_2 y_1(1) + d_2 y_2(1) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

у которых система собственных и присоединённых функций исходного оператора полна, а система собственных и присоединённых функций его сопряжённого неполна.

Пример. Рассмотрим оператор

$$\begin{cases} \frac{1}{i} y_1'(x) = \lambda y_1(x) \\ y_2'(x) = \lambda y_2(x) \end{cases} \quad (5)$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} y_1(0) - y_1(1) = 0 \\ y_1(0) - y_2(0) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Его система собственных и присоединённых функций полна в пространстве $L^2(0;1) \oplus L^2(0;1)$. В то же время система собственных и присоединённых функций оператора, сопряжённого к нему неполна.

Рассмотрим оператор первого порядка в n -мерном пространстве

$$\frac{1}{i} B Y'(x) + Q(x)Y(x) = Y(x), \quad (7)$$

где B диагональная матрица n -го порядка, а $Q(x)$ суммируемая квадратная матрица-функция n -го порядка с нулевой диагональю (т.е. $q_{kk}(x) \equiv 0$), с граничными условиями

$$C Y(0) + D Y(1) = 0, \quad (8)$$

где C и D квадратные матрицы n -го порядка, такие, что матрица $CC^* + DD^*$ невырождена.

Большой класс дифференциальных операторов вида (7), (8), для которых доказана полнота системы собственных и присоединённых функций, образуют операторы со слабо регулярными граничными условиями.

Теорема 1. Оператор, сопряжённый к дифференциальному оператору со слабо регулярными граничными условиями также удовлетворяет слабо регулярным граничным условиям.

Как следствие получаем следующую теорему:

Теорема 2. Система собственных и присоединённых функций оператора, сопряжённого к дифференциальному оператору со слабо регулярными граничными условиями, полна.

Т.е. эффект, описанный в выше приведенном примере, для операторов со слабо регулярными граничными условиями невозможен.

Список литературы

1. Марченко, В.А. Операторы штурма–Лиувилля и их приложения : монография / В.А.Марченко. – Киев, Наукова думка, 1977. – 331 с.

УДК 517.955

О ДЕЛЕНИИ ОБОБЩЕННОЙ ФУНКЦИИ НА МНОГОЧЛЕН

Павлов А.Л., канд. физ.-мат. наук, доц.

ГУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
alex4909@gmail.com

Введение. В анализе существуют задачи, в которых возникает необходимость найти решение уравнения

$$P(\sigma)u = f \quad (1)$$

где $P(\sigma)$ – многочлен с вещественными коэффициентами, f – обобщенная функция в области Ω . Например, при построении фундаментальных решений дифференциальных уравнений, решений общих краевых задач, задачи Коши для уравнений соболевского типа в классах, растущих на бесконечности функций.

Проблема разрешимости уравнения хорошо известна как проблема деления. Ее решение зависит от выбора пространства обобщенных функций, в котором ищется решение. Для пространства медленно растущих обобщенных функций S' проблема деления решена независимо Хермандером [1] и Лоясевицем [2]. Ими доказано, что любую обобщенную функцию из пространства S' можно разделить в S' на многочлен. Однако доказательства этого результата и его обобщения не позволяют проследить связь свойств правой части и решения.

Представляет интерес конструктивное построение решения уравнения (1), позволяющее эту связь отслеживать. В работе [3] содержатся такого типа результаты в случае, когда множество вещественных нулей многочлена $P(\sigma)$ дискретно.

Цель исследования – построение решения уравнения (1) в случае, когда множество N является многообразием ненулевой размерности.

Основная часть. Для произвольного открытого множества $\Omega \subset R^n$ Ω через $D(\Omega)$ обозначают множество бесконечно дифференцируемых функций с компактным носителем в Ω , а через $D'(\Omega)$ пространство,

состоящее из линейных форм на $D(\Omega)$ таких, что для всякого компакта K , принадлежащего Ω существуют постоянные $C(K), j(K)$ и выполняется неравенство

$$|(f, \varphi)| \leq C(K) \sum_{|\alpha| \leq j(K)} \sup_{\sigma \in K} |\partial^\alpha \varphi(\sigma)|, \quad \varphi \in D(\Omega), \quad \text{supp} \varphi \subset K. \quad (2)$$

Обобщенная функция $f \in D'(\Omega)$ имеет порядок не выше j , если в (2) можно использовать одно и то же целое число j для всех компактов K , принадлежащих Ω . Множество обобщенных функций, имеющих порядок не выше j обозначается через $D'^j(\Omega)$.

Построение искомого решения в работе [3] сведено к построению регуляризации обобщенной функции $P^{-1}(\sigma)f \in D'(\Omega \setminus N)$, где N – множество вещественных нулей многочлена $P(\sigma)$, то есть ее продолжения до обобщенной функции из $D'(\Omega)$, а затем к построению обобщенной функции, сосредоточенной в N , которая в сумме с построенной регуляризацией является решением уравнения (1).

Реализация этой схемы в более общих случаях требует построения регуляризации обобщенной функции $P^{-1}(\sigma)f$, когда множество N не дискретно. Для этого, пользуясь теоремой Уитни о продолжении и конструкциями, содержащимися в работе [4], построена регуляризация обобщенной функции $P^{-1}(\sigma)f$, где f – обобщенная функция с компактным носителем.

Построение продолжения обобщенной функции $P^{-1}(\sigma)f \in D'(\Omega \setminus N)$ до обобщенной функции из $D'(\Omega)$, основано на известной оценке модуля многочлена от вещественных переменных:

$$\frac{1}{|P(\sigma)|} \leq C(1+|\sigma|)^\rho d^\kappa(\sigma, N), \quad \sigma \in R^n \setminus N, \quad (3)$$

где $C > 0$, $\rho > 0$, $\kappa < 0$ – некоторые числа, N – множество вещественных нулей многочлена $P(\sigma)$ и на построении для любой функции $\varphi \in C^\infty(\Omega)$ и любого числа $j \in Z^+$ функция $\varphi'_N \in C^j(\Omega)$ такой, что для данного компакта $K \subset \Omega$ выполняется условие

$$\partial^\alpha \varphi'_N(\sigma) \Big|_{N \cap K} = 0, \quad |\alpha| \leq j,$$

и справедливо неравенство

$$\sum_{|\alpha| \leq j} \sup_{\sigma \in K} |\partial^\alpha \varphi'_N(\sigma)| \leq C_j(K) \sum_{|\alpha| \leq j+1} \sup_{\sigma \in K'} |\partial^\alpha \varphi(\sigma)|,$$

где $C_j(K) > 0$ – число, зависящее от компакта K и j , K' – некоторый компакт, содержащий K .

Основное утверждение.

Теорема. Если $P(\sigma)$ – многочлен с вещественными коэффициентами, $\text{grad}P(\sigma)|_{N \cap \Omega} \neq 0$ и $f \in D'^p(\Omega)$, то уравнение (1) имеет решение, принадлежащее пространству $D'^{q_p+2}(\Omega)$, где $q_p = p(1 + |\kappa|) + 1$, κ – показатель степени в неравенстве (3).

Доказательство теоремы приведено в [5] и основано на том, что локальные решения уравнения (1) можно склеивать с помощью разбиения единицы. Выберем локально конечное покрытие Ω и построим разбиение единицы $\{(\varphi_i, U_i), i \in N\}$, подчиненное этому покрытию. В каждом открытом множестве U_i рассмотрим уравнение

$$P(\sigma)u_i = \varphi_i f. \quad (4)$$

В работе [5] доказано, что при выполнении условия теоремы для каждой точки $\sigma \in N \cap \Omega$ существует окрестность, в которой «локализованное» уравнение (1) разрешимо. Строим регуляризацию $[P^{-1}(\sigma)\varphi_i f]$ обобщенных функций $P^{-1}(\sigma)\varphi_i f \in D'(\Omega \setminus N)$, $\varphi_i \in D(\Omega)$ и ищем решения уравнения (4) в таком виде

$$u_i = [P^{-1}(\sigma)\varphi_i f] + v_i,$$

Тогда обобщенная функция v_i является решением уравнения

$$P(\sigma)v = h_i(f), \quad (5)$$

где $h_i(f) = \varphi_i f - P(\sigma)[P^{-1}(\sigma)\varphi_i f]$, $\text{supp}h_i(f) \subset N \cap \Omega$.

Разрешимость уравнения (5) за счет выбора разбиения единицы заменой координат сводится к случаю, когда N локально является линейным многообразием. Воспользовавшись теоремой о структуре обобщенной функции, сосредоточенной на линейном многообразии, построение решения уравнения (5) в рассматриваемой окрестности сведено к построению решения системы линейных уравнений с коэффициентами в кольце аналитических функций.

Искомое решение уравнения (1) находим, складывая решения уравнения (4) и решения в областях, не содержащих нулей $P(\sigma)$, пользуясь локальной конечностью покрытия разбиения единицы:

$$u = \sum u_i.$$

Обобщенная функция u является решением уравнения (1):

$$P(\sigma)u = \sum P(\sigma)u_i = \sum \varphi_i f = f.$$

Заключение. Конструктивно решена проблема деления обобщенной функции $f \in D'^p(\Omega)$, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ на многочлен с вещественными коэффициентами, множество вещественных нулей которого является гладким многообразием размерности $n - 1$.

Список литературы

1. Хермандер Л. О делении обобщенных функций на полиномы / Л. Хермандер // Математика. – 1959. —Т. 3, № 5. – С. 117–130.
2. Lojasiewicz S. Sur le probleme de division / S. Lojasiewicz // Stud. Math. – 1959. – Т. 18.– Р. 87–136.
3. Павлов А. Л. О делении обобщенной функции медленного роста, голоморфно зависящей от параметра, на многочлен / А. Л. Павлов // Сиб. мат. журнал. – 2015. – Т.56, № 5. – С. 1130-1141.
4. Pavlov A. L. On regularization of a certain class of distributions / A. L. Pavlov // Math. Nachr. – 2015. – Т. 288, № 17–18. – С. 2093-2108.
5. Павлов А.Л. О делении обобщенной функции на многочлен // Труды ИПММ. – 2021. – Т. 35. – С. 50-67.

Прикладная математика, прикладная информатика и теория систем управления

УДК 004.63

ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ ФАЙЛОВ В ПАМЯТИ КОМПЬЮТЕРА

Бельков Д.В., канд. техн. наук, доц., ***Гринеv Д.А.***

ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ
belkovdv@list.ru, daniil.grinev3@mail.ru

Введение. Одним из способов повышения эффективности функционирования систем обработки данных является оптимизация размещения файлов в памяти компьютера. Поэтому решение этой задачи имеет важное практическое значение.

Задача размещения файлов по запоминающим устройствам является задачей линейного программирования с булевыми переменными. Она относится к классу NP – трудных, так как содержит в качестве частного случая многомерную задачу о рюкзаке [1]. Для таких задач точные методы применимы лишь в случае малой размерности. Поэтому необходимо разрабатывать приближенные методы, среди которых выбирается лучший по точности и быстродействию.

Таким образом, необходимость повышения эффективности функционирования систем обработки данных делает актуальной разработку методов размещения файлов по запоминающим устройствам.

Целью работы является повышение эффективности функционирования системы обработки данных за счет оптимизации размещения файлов по запоминающим устройствам разного типа.

Основная часть. В данной работе рассматривается система запоминающих устройств (ЗУ), упорядоченных по быстродействию. Более медленные запоминающие устройства имеют больший объем. Файлы, к которым обращения происходят редко, целесообразно размещать в более медленные запоминающие устройства. Рациональным размещением файлов по ЗУ можно сократить время доступа к файлам. В узле сети предполагается следующая структура памяти: сверхоперативное ЗУ, ОЗУ, диск. Пусть m – количество файлов, размещаемых в узле; n – количество запоминающих устройств, $n=3$: $j=1$ – сверхоперативное ЗУ, $j=2$ – ОЗУ, $j=3$ – диск. Пусть V_i – объем файла i ; F_i – интенсивность запросов к файлу i ; V_j – объем ЗУ j ; W_j – быстродействие устройства j . Пусть $X_{ij} = 1$, если файл i размещен в ЗУ j , иначе $X_{ij} = 0$. Запоминающие устройства упорядочены по убыванию быстродействия и по возрастанию объема. Величина

$T_{ij} = V_i / W_j$ есть время доступа к файлу i , размещенному в ЗУ j . Задача размещения файлов по запоминающим устройствам имеет вид:

Целевая функция:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n F_i T_{ij} V_i X_{ij} / B_j \rightarrow \min \quad (1)$$

Ограничения:

$$X_{ij} \in \{0,1\}, \sum_{j=1}^n X_{ij} = 1, i=1\dots m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m V_i X_{ij} \leq B_j, j=1, \dots, n \quad (3)$$

Необходимо найти матрицу размещения файлов X , обеспечивающую максимум целевой функции (1) при ограничениях (2), (3).

Время доступа к дисковым накопителям является важным фактором, влияющим на эффективность работы компьютерной сети. Поэтому актуальной задачей является размещение файлов на диске с максимизацией интенсивности последовательных обращений к разделу. Обозначим: m – число файлов; n – число разделов на диске; V_i – объем файла i ; F_i – интенсивность запросов к файлу i ; B_j – объем раздела j . Пусть $X_{ij} = 1$, если файл i размещен в разделе j , иначе $X_{ij} = 0$. Пусть нумерация файлов совпадает с порядком обращений к ним, тогда величина $\sum_{i=1}^m F_i X_{ij}$ есть интенсивность последовательных обращений к разделу j . В задаче размещения файлов на диске интенсивность последовательных обращений к одному и тому же разделу необходимо максимизировать. Задача имеет вид:

Целевая функция:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n F_i V_i X_{ij} / B_j \rightarrow \max \quad (4)$$

Ограничения:

$$X_{ij} \in \{0,1\}, \sum_{j=1}^n X_{ij} = 1, i=1\dots m \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m V_i X_{ij} \leq B_j, j=1\dots n \quad (6)$$

Необходимо найти матрицу размещения файлов X , обеспечивающую максимум целевой функции (4) при ограничениях (5), (6).

Для решения задач размещения файлов предлагается алгоритм «Машина Коши» (МК), относящийся к классу методов имитации отжига. Алгоритм работает следующим образом. «Температура» T изменяется по формуле $T := T_0 / \tau^\alpha$, $T_0 = 1000$, $\alpha = 1,5$, τ – номер итерации. Вероятность

выбора узла j (ЗУ) для размещения i -го файла вычисляется по формуле $P_j := C_j / \sum_{j=1}^n C_j$, где $C_j = \frac{1}{1 + \exp\{-F_{ij} / (r \cdot T)\}}$, r – максимальное текущее значение целевой функции (ЦФ) на очередной итерации. Узел выбирается по правилу рулетки. Если найденное решение не удовлетворяет ограничениям задачи, то оно отвергается. Результаты вычислительного эксперимента показаны на рис. 1. Получено строго оптимальное решение на 984 итерации.

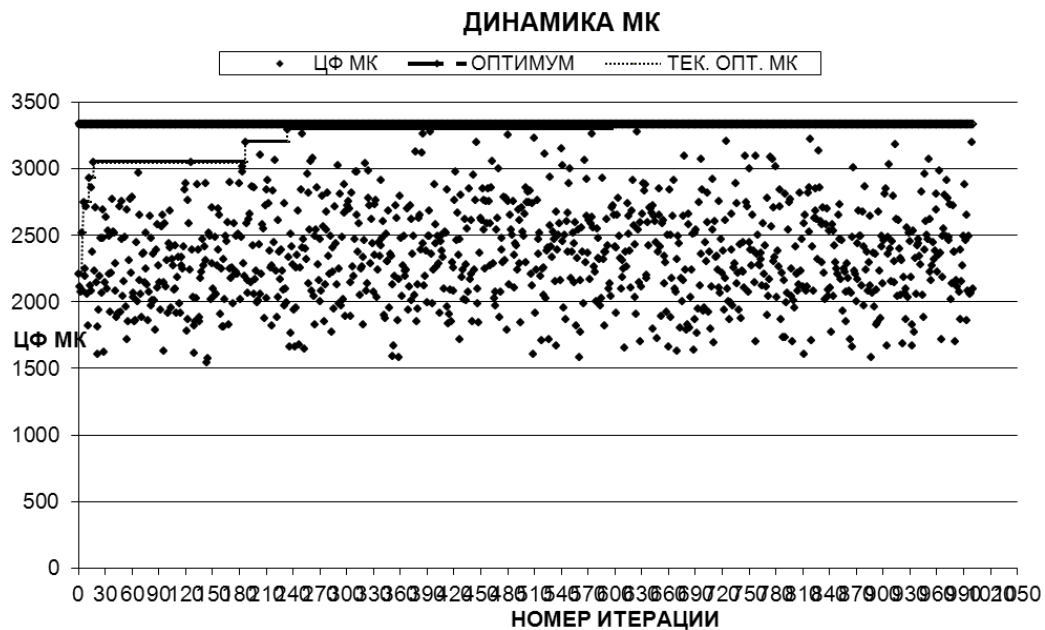


Рис. 1. Динамика поиска решений методом имитации отжига

Заключение. В работе предложены две постановки задачи размещения файлов по запоминающим устройствам в виде задачи линейного программирования с булевыми переменными. Для их решения можно использовать метод имитации отжига и другие методы, предложенные в работе [2].

Список литературы

1. Бельков Д.В. Методи і обчислювальні структури для розміщення файлів в комп'ютерних мережах. Автореферат дисертації. Донецьк: 2004.—21 с.
2. Бельков Д.В. Алгоритмы размещения файлов в компьютерных сетях. Информатика и кибернетика. – 2017. – № 10. – С. 39-45.

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ НА ОСНОВЕ ИТЕРАТИВНЫХ СЕТЕЙ

Бельков Д.В., канд. техн. наук, доц., *Гринев Н.А.*

ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ

belkovdv@list.ru, grin.n.2002@mail.ru

Введение. В данной работе рассматриваются структурные методы вычислений, в основе которых лежит крупноблочная концепция, предложенная Л. В. Канторовичем. В рамках этой концепции основными объектами являются крупные блоки данных: векторы и матрицы. Эффективность выполнения действий обеспечивается их непосредственной аппаратной поддержкой. Для максимального распараллеливания обработки данных на микроуровне используются итеративные сети. Это регулярные структуры с распределенной обработкой, предложенные Ф. Хенни. При построении устройств на основе итеративных сетей осуществляется прямое отображение алгоритмов в схемы. Поэтому удастся получить безызбыточные устройства высокой производительности. Итеративная сеть представляет собой матрицу запоминающих элементов, на которую «наложена» однородная комбинационная схема. Такая структура является специализированным однородным процессором, относится к типу SIMD и является разновидностью однородной вычислительной среды [1,2].

Целью работы является повышение эффективности аппаратного выполнения арифметических действий за счет распараллеливания обработки данных на микроуровне. Задача статьи – разработка вычислительных структур, выполняющих умножение и деление на основе итеративных сетей.

Основная часть. Рассмотрим арифметические действия на основе итеративных сетей.

УМНОЖЕНИЕ

Аргументами операции являются два m – разрядных двоичных числа: множимое X и множитель Y . Старшие разряды регистра множимого находятся слева, старшие разряды регистра множителя находятся сверху. Результат P является $(2m - 1)$ –разрядным двоичным числом. Старшие разряды регистра произведения находятся слева.

Алгоритм

Умножение, начиная со старших разрядов множителя, со сдвигом множимого вправо. Метод состоит в следующем: На i –м шаге умножения сдвигаем на один разряд вправо (делим на 2) результат, полученный на предыдущем $(i-1)$ –м шаге. На первом шаге как результат сдвига используется множимое. Если i –я цифра множителя равна 1, то

полученный результат добавляем к предыдущему и переходим к шагу (i+1). Если i-я цифра множителя равна 0, то переходим к (i+1) шагу. Число шагов равно числу разрядов множителя – m.

На рисунке 1 показан пример умножения X=1001 на Y=0101. Результат: P=0101101.

	1001
	↓ ↓ ↓ ↓
0	1001000
1	0100100
0	0010010
1	0001001
	0101101

Рис. 1. Пример умножения

Устройство

Матричный одноктактный умножитель. Комбинационная схема имеет m строк по (2m-1) ячеек. Ячейка выполняет следующие логические функции: $x'_e = x_e$, $x'_e = x_e$, $y' = y$, $d = x_e y$, $c' = cd \vee cs \vee ds$

$$s' = cds \vee cd\bar{s} \vee \bar{c}d\bar{s} \vee \bar{c}d\bar{s}$$

Граничные значения: $x_{e0} = c_0 = s_0 = 0$ поступают от устройства управления. Значение произведения P=XY формируется на выходах s' нижней строки ячеек. Схема ячейки показана на рисунке 2.

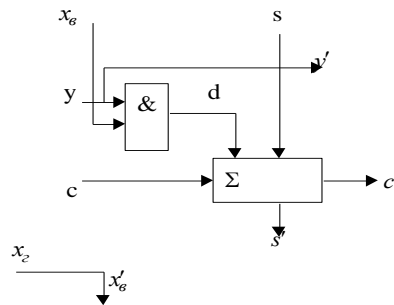


Рис. 2. Схема ячейки устройства умножения

ДЕЛЕНИЕ

Аргументами являются (2m – 1) – разрядное делимое X и m – разрядный делитель Y. Старшие разряды регистров аргументов находятся слева. Старшие разряды регистра частного С находятся сверху.

Алгоритм

Деление с незавершением (nonperforming division). Это частный случай деления с восстановлением остатка. Метод состоит в следующем:

На i – м шаге деления сдвигаем на один разряд влево (удваеваем) остаток S, полученный во время предыдущего (i – 1) – го шага: $S := 2S$. Во время первого шага $2S = X$. Если $2S \geq Y$, то i – ю цифру частного делаем равной 1, вычисляем новое значение остатка: $S := 2S - Y$ и переходим к шагу i+1. Если $2S < Y$, то i – ю цифру частного делаем равной 0, значение остатка сохраняем прежним: $S := 2S$ и переходим к шагу i+1 [2]. Количество шагов равно числу разрядов частного – m.

На рисунке 3 показан пример деления $X=0101101$ на $Y=1001$.
Результат: $C=0101$.

```

0101101 → 2S<Y → C=0
_1011010 → 2S>Y → C=1
 1001000
 0010010
 0100100 → 2S<Y → C=0
_1001000 → 2S=Y → C=1
 1001000
 0000000
    
```

Рис. 3. Пример деления

Устройство

Матричный одноктактный делитель. Комбинационная схема имеет m строк по $2m-1$ ячеек. Ячейка выполняет следующие логические функции:

$$c = r'_{np}$$

$$d = cy, \quad s' = syr \vee s\bar{y}\bar{r} \vee \bar{s}y\bar{r} \vee \bar{s}\bar{y}r, \quad r' = \bar{s}y \vee \bar{s}r \vee yr$$

Символом r'_{np} обозначен выход r' на правой границе каждой строки в матрице ячеек. Схема ячейки показана на рисунке 4.

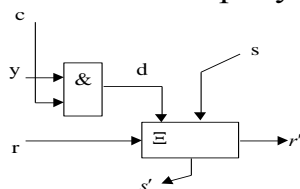


Рис. 4. Схема ячейки устройства деления

Символом Ξ обозначен комбинационный одноразрядный вычитатель. Граничные значения: $z_0 = 1, v_0 = r_0 = 0$ поступают от устройства управления. Значение частного $C = X/Y$ формируется на выходах \bar{c} .

Заключение. В работе предложены вычислительные структуры, выполняющие умножение и деление на основе итеративных сетей. Их можно использовать при аппаратном решении вычислительных задач [3].

Список литературы

1. Фет Я.И. Параллельные процессоры для управляющих систем. – М.: Радио и связь, 1981. – 157 с.
2. Щелочкова Г.С., Бельков Д.В. Структурные вычисления при проектировании цифровых устройств. Материалы III международной научно-технической конференции «Современные информационные технологии в образовании и научных исследованиях (СИТОНИ-2012)». – Донецк, 2012. – С. 51-57.
3. Бельков Д.В. Вычислительные структуры для размещения файлов по узлам компьютерной сети. Информатика и кибернетика. – 2017. – № 9. – С. 29-37.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ В ЗАТОРЕ

Бельков Д.В., канд. техн. наук, доц.,

Едемская Е.Н., Лавренюк В.Н.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ
belkovdv@list.ru

Введение. В основе существующей парадигмы автомобильного потока выделяют несколько стадий. Пока дорога не загружена, автомобилисты движутся на удобной им скорости, свободно переходя на соседние полосы движения. На этой стадии автомобили сопоставимы с потоком частиц, имеющих большую свободу в своем перемещении. Как только дорога становится переполненной, автомобилисты внезапно теряют большую часть свободы перемещения и вынуждены двигаться уже как часть всеобщего транспортного потока, согласовывая с ним свою скорость. При этом они уже не имеют возможности свободно менять полосу движения. Эта стадия, подобная потоку воды, называется «синхронизированным» потоком. При очень большом числе автомобилей в потоке движение приобретает прерывистый характер (т. н. режим «stop-and-go»). На этой стадии транспортный поток можно уподобить потоку замерзающей воды, возникает затор.

При разработке новой парадигмы автомобильного потока в работе [1] было предложено понятие «автомобильного поля». Если, начиная с какого-то расстояния, между автомобилями начинается взаимодействие, можно говорить о «поле», действующем на определенных расстояниях. Оно проявляется как взаимодействие между автомобилями в потоке. Таким образом, в работе [1] предлагается следующая схема взаимодействия автомобилей в потоке: *автомобиль – автомобильное поле – автомобиль*. Данная статья посвящена разработке модели движения в заторе на основе квантовой теории кристалла [2]. Таким образом, в отличие от работы [1], предлагается квантовая схема взаимодействия автомобилей в потоке: *автомобиль – квант автомобильного поля – автомобиль*. Целью работы является совершенствование организации дорожного движения путем применения технологии моделирования автомобильного потока. Задача статьи – разработка модели движения в заторе на основе квантовой теории кристалла.

Основная часть. Согласно законам квантовой механики движения, которые связаны с волнами в кристалле, не могут передаваться или возникать непрерывно. Подобные волны возникают и передаются в виде отдельных порций энергии и импульса, т.е. квантов. Эти кванты, связанные с коллективными возбуждениями всего кристалла, ведут себя аналогично частицам и называются квазичастицами.

Квазичастицы являются элементарными носителями движения в системе взаимодействующих между собой атомов кристалла. Только в газе частицы одновременно выполняют две функции: они являются структурными единицами системы, и элементарными носителями движения в этой системе. В кристалле атомы (частицы) являются структурными единицами вещества, а квазичастицы представляют собой структурные единицы движения. В литературе часто используется понятие элементарных возбуждений среды, как квантов коллективного процесса. В данном случае среда – это пространство, заполненное полем. В данной работе квазичастицы и элементарные возбуждения поля не различаются, т.к. они имеют общее описание. Основное различие между полем и частицами состоит в том, что энергия частиц локализована в малой области пространства, но энергия поля существенно более нелокальная. Однако в рамках нелинейных полевых теорий можно получать решения, которые обладают локализованной энергией, движущейся в пространстве. Подобные решения называются солитонами и могут служить полевой моделью квазичастиц.

В данной работе используется модель Хиггса из теории действительного скалярного поля. Она является моделью среды со спонтанно нарушенной симметрией [2].

Модель Хиггса имеет лагранжиан (1) и уравнение движения (2), где m и λ – константы.

$$L = (\partial\phi)^2 / 2 - V(\phi) = \lambda(\phi^2 - m^2 / \lambda)^2 / 4 = -m^2\phi^2 / 2 + \lambda\phi^4 / 4 + m^4 / (4\lambda) \quad (1)$$

$$\partial^2\phi / \partial t^2 - \partial^2\phi / \partial x^2 = m^2\phi - \lambda\phi^3 \quad (2)$$

Требуется получить сгусток энергии поля, который движется с постоянной скоростью u вдоль оси x : $x = x_0 + ut$. Решение уравнения (2) для такого случая имеет вид (3), где $\gamma = 1/\sqrt{1-u^2}$, x_0 – константа (начальное положение фазы солитона при $t=0$):

$$\phi(t, x) = \pm th\{\gamma(x - ut - x_0) / \sqrt{2}\} \quad (3)$$

Плотность энергии поля для решения (3) имеет вид (4):

$$W = \gamma^2 / 2 \cdot ch^{-4}\{\gamma(x - ut - x_0) / \sqrt{2}\} \quad (4)$$

Размер области с ненулевой энергией поля пропорционален m^{-1} . Чем больше параметр m , тем компактнее получается солитон и тем больше его масса. Параметр λ влияет на высоту солитона, чем он меньше, тем выше будет плотность энергии. Модель Хиггса имеет два вакуума $\phi_0 = \pm 1$, где $V(\phi_0) = 0$.

Рассмотрим моделирование движения в заторе на примере поля Хиггса: плотность энергии поля имеет вид (4) и стоящий в заторе автомобиль находится в точке А, как показано на рисунке 1.

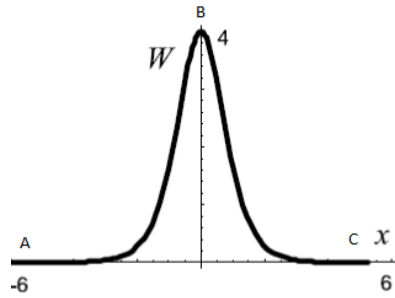


Рис. 1. Плотность энергии поля Хиггса

Пусть автомобиль должен двигаться слева направо. В противоположном направлении (справа налево) к автомобилю движется солитон, амплитуда которого пропорциональна скорости автомобиля при движении его в заторе. Причина возникновения движения солитона – начало движения впередистоящего автомобиля. Расстояние между точкой А и точкой С пропорционально расстоянию между автомобилями в заторе. Приход солитона в точку А приводит к началу движения автомобиля из точки А в точку С. Таким образом, сдвинувшийся с места впередистоящий автомобиль, порождает солитон, который движется назад (справа налево) и, встретившись с очередным автомобилем, заставляет его сдвинуться с места в направлении слева направо. Это и обуславливает взаимодействие автомобилей при движении в заторе. На участке АВ автомобиль разгоняется, на участке ВС автомобиль тормозит. В результате под управлением солитона, т.е. кванта управляющего «автомобильного» поля, автомобиль перемещается из одного вакуума движения в другой. Таким образом, движение в заторе под управлением такого солитона имеет характер «старт-стоп». Для выхода из точки С автомобиль должен дожидаться прихода очередного солитона.

Заключение. В работе предложена модель движения автомобилей в заторе на основе квантовой теории кристалла. Введено понятие квазичастицы – кванта поля взаимодействия автомобилей в потоке автомобиль – квант автомобильного поля – автомобиль.

Список литературы

1. Семенов В.В. Смена парадигмы в теории транспортных потоков. – URL: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=ipmp&paperid=594&option_lang=rus (дата обращения: 26.07.2022).
2. Брандт Н. Б., Кульбачинский В. А. Квазичастицы в физике конденсированного состояния. – URL: https://kaf70.mephi.ru/pdf/Брандт-Квазичастицы%20в%20физике%20конденсированного%20состояния_0.pdf (дата обращения: 26.07.2022).

СЕПАРАЦИЯ МУСОРА С ПРИМЕНЕНИЕМ ИНС

Ганцевский А.В.¹, Погорелов А.А.²

¹ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», г. Таганрог, РФ

²ФГБОУ ВО «Южный федеральный университет», г. Таганрог, РФ
gantsievskii@sfedu.ru

Введение. Современное общество столкнулось с огромной проблемой, а быть точнее с мусором и свалками, которые десятилетия портят экологию. Большая часть глобальных отходов в конечном итоге сжигается или накапливается на свалках, в ручьях и, в конечном итоге, в наших океанах. Но проблема с отходами проявляется не только в печально известном и широко разрекламированном «Большом тихоокеанском мусорном пятне» ; выбрасываемый на землю мусор – серьезная климатическая проблема, которая не только вызывает глобальное потепление, но и приводит к перемещению населения, преступности и экономическому бремени. В настоящее время в мире образовалось около 3.4 миллиарда тонн твердых отходов, но к 2050 прогнозируют около 4.2 миллиардов тонн, если не начать бороться с этой проблемой.

Основная часть. Для решения этой проблемы с каждым годом все больше и больше открывается предприятий по переработки мусора. Переработка – это процесс сбора и переработки материалов, которые в противном случае были бы выброшены как мусор, и превращения их в новые продукты.

Преимущества переработки:

- Снижает количество отходов, отправляемых на свалки и мусоросжигательные заводы.
- Сохраняет природные ресурсы, такие как древесина, вода и минералы
- Повышает экономическую безопасность за счет использования внутреннего источника материалов
- Предотвращает загрязнение, уменьшая потребность в сборе нового сырья
- Помогает создавать рабочие места в перерабатывающей и обрабатывающей промышленности.

Переработку мусора можно разделить на несколько шагов: сбор и обработка, производство и покупка новых товаров, изготовленных из переработанных материалов.

Если рассмотреть процесс переработки мусора на предприятии, то одной из важных целей является процесс сепарации, то есть процесс сортировки мусора по фракциям (бумагу отдельно, металл отдельно, стекло

отдельно и т.п.) Основная цель комплексной сортировки – максимальное механизированное извлечение из всей массы ТБО утильных компонентов. В каждой конкретной схеме используют свой набор технологического оборудования, позволяющий в большей или меньшей степени отобрать утильные фракции [1].

Комплексная сортировка будет представлять автоматизированную конвейерную линию с применением Интернета вещей (ИОТ) и искусственные нейронные сети (ИНС). Сама идея будет заключаться в распознавании объектов и дальнейший отбор. В настоящее время у исследователей вызвало интерес к изучению возможности применения того же подхода к обращению с отходами. Методы глубокого обучения для классификации мусора были проанализированы с использованием набора данных, чтобы найти наиболее подходящий подход к моделированию. Набор данных содержит изображения перерабатываемых материалов, таких как стекло, картон, пластик, металл и бумага, а также другие предметы мусора. Увеличение данных было выполнено, чтобы расширить ограничения размера набора данных. После тестирования нескольких различных моделей нейронных сетей сделали вывод, что ИНС может значительно облегчить труд человека и сэкономить время. Интеграция Интернета вещей (ИОТ) с ИНС в автоматизации процесса классификации мусора облегчит автоматизированную сортировку отходов на основе изображений. Интернет вещей (ИОТ) будет использоваться микроконтроллеров *Norvi* ИОТ - *ESP32 WROOM*, а ИНС интеллектуальные ячейки сверточной нейронной сети (CNN) для точной классификации отходов в комплексной установке сепарации [2].

Заключение. Используемая система идентификации отходов дадут точные результаты для отходов, и может быть реализована как отдельная единица в центрах переработки. Предлагаемая система сочетает в себе автоматизированную комплексную установку и глубокое обучение для сбора различных отходов от общего потока.

Список литературы

1. Ключев А.С., Глазов Б.В., Дубровский А.Х., Ключев А.А. Проектирование систем автоматизации технологических процессов: Справочное пособие. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 464 с
2. А.В Ганциевский, Ю.А. Заргарян Современное состояние дел в области технологий интеллектуальных замков // Проблемы автоматизации. Региональное управление. Связь и акустика. ПАРУСА-2021. Сборник трудов X Всероссийской научной конференции и молодежного научного форума в рамках мероприятий, посвященных году Науки и технологий в Российской Федерации. Геленджик, 20-22 октября 2021. – С. 194-199.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ И КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В СПОРТИВНО- ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Горбачева О.И., Григорьев С.В., канд. техн. наук
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
o.gorbacheva@donnu.ru

Введение. В настоящее время в условиях информатизации общества системой образования ставится цель подготовки специалистов, которые по окончании вуза будут максимально широко использовать информационные и коммуникационные технологии в сфере своей профессиональной деятельности, как педагогической, так и тренерской. Поэтому высокую значимость приобретает сам процесс информатизации при подготовке специалистов в области физической культуры и спорта.

Цель работы. Необходимо проанализировать насколько актуальным является использование информационных и коммуникационных технологий в своей профессиональной деятельности специалистами в области физической культуры и спорта. Информационно-коммуникационные технологии являются неотъемлемой частью современного образовательного процесса.

Основная часть. Информатизация общества – это глобальный социальный процесс, который подразумевает сбор, накопление, продуцирование, обработка, хранение, передача и использование информации, осуществляемые на основе современных средств вычислительной техники, а также посредством различных средств информационного обмена. Информатизация физической культуры и спорта – это процесс оснащения сферы физической культуры методикой и практикой разработки и более рационального использования современных информационных и коммуникационных технологий, направленных на реализацию психолого-педагогических целей обучения. Информационно-коммуникационная физкультурная среда представляет собой совокупность условий, способствующих возникновению и развитию процессов информационно-педагогического взаимодействия студентов, педагогов и информационных технологий, формированию познавательной деятельности студента при условии, что компоненты среды наполнены предметное содержание [2].

Выделены главные направления применения современных информационных и коммуникационных технологий в профессиональной деятельности специалиста физической культуры и спорта. К ним принадлежат: формирование, а также применение программ контроля и

самоконтроля знаний по спортивным и педагогическим дисциплинам; обучающие мультимедийные системы; создание и применение базы данных; моделирование компьютерных соревнований, тактических действий и педагогического процесса; применение информационных технологий для проведения соревнований; использование информационных технологий в проведении научных исследованиях; организация дистанционного обучения и т.д.

В реализации использования информационных и коммуникационных технологий в своей профессиональной деятельности применимы следующие виды компьютерных средств: электронные учебные пособия; интерактивный диалог; технология мультимедиа; всемирная мультимедийная среда; web-страницы и т.д. Электронные учебные пособия – инновационное компьютерное издание, которое заменяет или дополняет учебник, но обязательно должно быть утверждено в качестве данного вида издания. Эти пособия актуальны и очень удобны в использовании. Электронные учебные пособия могут быть представлены не только как лекционный материал, но и как дидактический материал. Информационное взаимодействие – деятельность, направленная на реализацию процесса передачи и получения информации, представленной в любой форме (символическая, графическая, анимационная, аудио- и видеoinформация), при реализации обратной связи, средств, разработанных для ведения интерактивного диалога и предлагающих возможность сбора, обработка, производство, хранение, передача и распространение информации. Интерактивный диалог – активный обмен информацией между пользователем и информационной системой в режиме реального времени. Посредством интерактивного диалога можно осуществлять обмен информацией между учащимися, и, непосредственно, педагогом, при этом все участники общаются друг с другом. Мультимедиа технологические процессы – возможность предоставления любой информации пользователю во время взаимодействия различных форм (текст, графика, анимация, звук, видео) в интерактивный режим. Компьютерная визуализация учебной информации по физической культуре – наглядное изображение объекта, его основных частей или моделей на экране и, при необходимости, графическая интерпретация изучаемой закономерности изучаемого объекта или процесса (под разными углами, деталями, с демонстрации внутренних связей компонентов) в развитии, во временном и пространственном движении. Методика мультимедиа подразумевает под собой информативную методику, которая базируется на применении всех средств, приемов, методов, способов сбора, накопления, обработки, хранения и передачи аудиовизуальной, текстовой, графической информации. Мультимедиа технология получила широкое применение не только в среде обучения, но и в дальнейшей профессиональной деятельности специалиста физической

культуры и спорта. Всемирная мультимедийная среда – это сфера, которая дает возможность средствами глобальной информационной среды (сеть интернет) реализовывать отбор, а также понимание представленной информации, а кроме того, гарантирует легкий доступ к необходимому ресурсу всемирной сети интернет. Основная функция мультимедийной образовательной среды – это взаимодействие пользователя с внешним миром через открытые системы (сети, Интернет, ИКТ, мультимедийные образовательные ресурсы) и предоставление пользователям безопасности и свободы жизнедеятельности. Web-страницы – это документ, который создан на языке разметки гипертекста (HTML). Этот документ можно просмотреть при помощи любого браузера. Доступ к любой веб-странице возможен при помощи ввода URL-адреса. Веб-страница может содержать текст, графику и гиперссылки на другие страницы и файлы. На многих веб-страниц имеются интересные гиперссылки, по которым вы переходите, чтобы найти дополнительную для вас информацию [1].

Заключение. Можно сделать вывод, что навыки, полученные при изучении курса информационно-коммуникационных технологий, будут необходимы бакалаврам в дальнейшем обучении, в научно-исследовательской работе и в будущей профессиональной деятельности. Выпускниками используется стандартное аппаратное и программное обеспечение; поиск в сети Интернет учебной, справочной, статистической, учебно-методической информации. В процессе спортивно-педагогической деятельности применяются методы и средства владения информационно-коммуникационными технологиями. Умение получить учебный материал, размещенный в сети Интернет; работа с базами данных, содержащими необходимую информацию для спортивных целей; пополнение банка данных специализированной литературой по физической культуре и спорту [3].

Список литературы

1. Петров П. К. Информационные технологии в физической культуре и спорте: учебное пособие / П. К. Петров. – Саратов: Вузовское образование, 2020. – 377 с.
2. Петров П.К. Основные направления научных исследований и внедрения современных информационных технологий в область физической культуры и спорта // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6.
3. Инновационные компьютерные и информационные технологии в спортивной отрасли: Информационно-методическое пособие. – М.: Издательство ЦСТ Москомспорта, 2010.

СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ КОНЕЧНЫХ РЕГУЛЯРНЫХ ГРАФОВ КАК СРЕДСТВО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ

Гришко Н.В.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
nadya.grishko.1999@gmail.com

Спектральная теория графов имеет долгую историю и берет свое начало в далеких 1950-х – 1960-х годах, именно в то время, когда активно начали исследовать взаимосвязь между структурными и спектральными свойствами графов, что дало толчок новому направлению в области математики, такому как спектральная теория графов. В те времена теория матриц и линейная алгебра использовались для анализа матриц смежности графов. Кроме того, алгебраические методы особенно эффективны при обработке регулярных и симметричных графов.

За последние десять лет многие разработки в теории спектральных графов часто имели геометрический характер. Появилось множество новых спектральных методов, хорошо подходящих для работы с общими графами. Можно сказать, что теория спектральных графов вошла в новую эру.

Так же, как астрономы изучают спектры звезд для определения состава далеких звезд, так математики исследуют связь вывода главных свойств и структуры графа из его спектра. Спектральный подход для общих графов является важным шагом в этом направлении. Собственные значения тесно связаны практически со всеми основными инвариантами графа, объединяя одно экстремальное значение с другим. Несомненно, собственные значения играют центральную роль в фундаментальном понимании графов.

Спектральная теория графов тесно связана со многими отраслями человеческой деятельности, такими как: программирование, медицина, химия, также спектры графов естественным путем возникают в различных проблемах теоретической физики и квантовой механики. Недавнее развитие спектральной теории графов имело весомый вклад в процесс научных исследований, касающихся общей математики и информатики, в частности процессов передачи данных в компьютерных сетях.

После того, как человечеством были созданы персональные компьютеры, потребовалось создание нового подхода к вопросам организации систем, обрабатывающим данные, а также создание новых технологий в сфере хранения, передачи и использования информации. Несколько позже возникла потребность перейти от использования отдельных вычислительных машин, функционирующих в системах,

обрабатывающих данные централизованно к системам, способным обрабатывать данные распределенно. Данному перечню потребностей соответствуют компьютерные сети [1].

Компьютерной сетью называется совокупность компьютеров, соединенных между собой каналами связи, что позволяет создать единую систему, полностью удовлетворяющую требованиям, предъявляемым правилами распределенной обработки информации. Таким образом, главное назначение компьютерных сетей – это совместная обработка данных, в которой участвуют все компоненты системы, независимо от их физического местоположения.

Информация в компьютерах представлена в форме последовательностей двоичных чисел. Обмен данными, как внутри вычислительного устройства между его узлами, так и между автономными машинами, может производиться двумя способами: с помощью последовательной передачи и параллельной передачи. При последовательной передаче имеется только одна линия, состояние на ее передающей стороне отправляется только тогда, когда предыдущее обработано принимающей, то есть данные передаются побитно. Параллельная передача представляет собой способ, при котором организуются сразу несколько линий, состояние на концах которых меняется одновременно; таким образом, можно передать за один раз столько бит, сколько имеется линий между передатчиком и приемником.

Для передачи информации в компьютерных сетях в подавляющем большинстве случаев используется последовательная передача данных. Хотя с развитием технологий стало возможным одновременно передавать несколько потоков, такие способы нельзя назвать параллельной передачей, поскольку данные в каждой такой линии обрабатываются независимо друг от друга.

Компьютерные сети служат для выполнения следующих задач: проведения распределенных вычислений; организации доступа при централизованной (серверной) обработке информации; общего использования аппаратных ресурсов; оперативного поиска и получения данных в корпоративных ресурсах; оперативного поиска и получения различной информации в глобальных сетях; обмена сообщениями, переписки, передачи информации различных видов.

При проектировании проводных компьютерных сетей необходимо определить расстояние маршрута прокладки кабеля минимальной длины, но подходящего к каждому зданию. Для решения таких задач наиболее удобно использовать теорию графов [2].

Объектным графом называют совокупность непустого множества узлов и ребер, соединяющих эти узлы. Объектные графы обеспечивают простой способ учёта взаимных связей во множестве объектов. Являются основным объектом изучения математической теории графов, обширного

самостоятельного раздела дискретной математики. Используются при проектировании компьютерных сетей, трубопроводов, строительстве дорог для минимизации затрат на прокладку коммуникаций.

Объекты представляются как вершины, или узлы графа, а связи – как дуги, или рёбра. Для разных областей применения виды графов могут различаться направленностью, ограничениями на количество связей и дополнительными данными о вершинах или рёбрах.

Вершины, соединенные ребром, называются смежными. Ребра, имеющие общую вершину, также называются смежными. Ребро и любая из его двух вершин называются инцидентными. Степень вершины – количество инцидентных ей ребер. Каждый граф можно представить на плоскости множеством точек, соответствующих вершинам, которые соединены линиями, соответствующими ребрам.

Графы бывают ориентированными и неориентированными. Ориентированный граф (орграф) – это граф, рёбрам которого присвоено направление. Направление ребра именуется дугами, а в некоторых источниках и просто рёбрами. Неориентированным графом называется множество как угодно размещенных на плоскости точек, некоторые из которых соединены линиями любой формы. Два неориентированных графа считаются неразличимыми, если они отличаются друг от друга только формой соединительных линий или способом размещения точек на плоскости.

Таким образом, при проектировании проводных компьютерных сетей удобно использовать теорию графов. Генерация координат вершин графа случайным образом путём поэтапного анализа даёт возможность найти минимальный вес всех рёбер построенного основного дерева графа [3].

Список литературы

1. Цветкович Д. Спектры графов. Теория и применение / Д.Цветкович, М.Дуб, Х.Захс // Киев: Наукова думка, 1984. – 384 с.
2. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: Учебник для вузов. – 4-е изд. – СПб.: Питер, 2010. – 944 с.
3. Титов Н.А. Исследование графов при проектировании компьютерных сетей на языке объектно-ориентированного программирования Delphi // Международный школьный научный вестник. – 2018. – № 1.

РАЗРАБОТКА МОДУЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ОЦЕНИВАНИЯ «КОНКУРС» АРМ СЕКРЕТАРЯ ПРАВЛЕНИЯ ТС «СОЮЗ ПИСАТЕЛЕЙ ДНР»

Дзисяк В.В., Шевцов Д.В., д-р техн. наук
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
violettadzisiak@gmail.com, d.shevtsov@donnu.ru

Введение. Творческий человек, где бы он не оказался, всегда будет творческим человеком: ему важно и необходимо признание окружающих людей, он не может писать в пустоту. А истинному творцу, – с высоким уровнем грамотности, очиненным профессионализмом и мастерством, умением сказать то, что будет занимательно всем, а не только ему, – особенно остро необходимо добиться признания, чтобы понять – нужно ли кому – то его творчество, либо он ошибается в своих умениях и надеждах. Одной из таких сладостных надежд каждого писателя является союз [1].

Личность творит историю. Красочная личность постоянно собирает вокруг себя сторонников и почитателей для того, чтобы добиться определенных целей. И если эти цели – общие, то и личность, и ее свита, и сторонники – достигают невиданных успехов.

Основная часть. Общественная организация «Союз писателей ДНР», именуемая в дальнейшем Союз, считается профессиональной общественной творческой организацией, основанной на членстве и объединяющей писателей ДНР на основе общности интересов для реализации и достижения целей, указанных в настоящем уставе Союза [2].

Союз создан с целью объединения писателей ДНР для защиты их законных прав и интересов. Периодически Союз устраивает литературные конкурсы среди молодежи, опытных писателей, либо конкурсы для вступления новых членов Союза и прочие. Литературные конкурсы – конкурсы, соревнования, а также премии для авторов литературных и публицистических творений, в том числе и поэтических [3].

На сегодняшний день имеется множество литературных порталов, которые проводят конкурсы произведений на различные темы. Это Самиздат Мошкова (Samlb.ru), и «Призрачные миры», Litnet и ряд других.

В настоящее время, как показывает практика, нет единой системы оценивания литературных конкурсов. Как правило, в положениях о конкурсах критерии оценивания и система оценивания либо не описаны вовсе, либо описаны крайне туманно. В связи с этим, ставится вопрос о необходимости создания универсальной системы оценивания конкурсов, которая может быть использована при суждении литературных конкурсов.

При разработке модуля оценивания в работе применяется модернизированный метод Дельфи с использованием модернизированного

подсчета оценки GOE в фигурном катании. Метод Дельфи считается одним из основных методов проведения групповых экспертиз и имеет ряд разновидностей [4]. По сути, это группа операций, имеющих общие требования к организации экспертизы и форме получения экспертных оценок. Его цель – создать условия, обеспечивающие более эффективную работу экспертной группы, что достигается как за счет анонимности процедуры, так и за счет повышения информированности объекта исследования. Grade Of Executive – переводится как «класс исполнения». В фигурном катании – это оценка за исполнение элемента [5]. Каждый элемент из фигурного катания, который оценивается в рамках технической части, имеет базовую стоимость (BV – Base Value) и бонусную надбавку от судей (GOE – Grade of Execution). Последняя может быть как положительной, так и отрицательной в зависимости от качества исполнения элемента.

Заключение. Оценка GOE применяется при разработке модуля для оценивания литературных конкурсов, поскольку любое судейство (например, в бальных танцах, фигурном катании, в литературе) в той или иной мере базируются на чувствах судей, какими бы компетентными и справедливыми они не были, и, тем самым, является субъективным инструментом. Но, тем не менее, критерии оценок, которыми руководствуются судьи, существуют. В результате формализации каждый из критериев предполагает назначение определенного «веса» для получения окончательной оценки. При использовании модуля оценивания в литературном конкурсе, критерии оценивания задаются условиями конкурса, т.е. организатор конкурса или ответственные сотрудники вносят необходимые данные в модуль. «Веса» критериев могут задаваться как Положениями конкурсов, стандартами Союза, либо путем голосования судей.

Список литературы

1. Зачем писателю союз писателей? [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://author.today/post/64347>. – (Дата обращения 08.02.2022).
2. Устав [Электронный ресурс] / Официальный сайт Союза писателей Донецкой Народной Республики. – Режим доступа: <http://sp-dnr.org/statute.php>. – (Дата обращения 08.02.2022).
3. Литературные конкурсы [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.conciseli.ru/literaturnye-konkursy>. – (Дата обращения 12.02.2022).
4. Вертакова Ю.В. Управленческие решения: разработка и выбор [Текст] / Ю.В. Вертакова, И.А. Козьева, Э.Н. Кульбожев. – М.: КНОРУС, 2005. – 90 с.
5. Объясняем, как считаются оценки в фигурном катании [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://tass.ru/sport/7065115?utm_source=yandex.ru&utm_medium=organic&utm_campaign=yandex.ru&utm_referrer=yandex.ru. – (Дата обращения 06.03.2022).

АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Дивин Е.Н., канд. экон. наук, доц.

Филиал ФГБОУ ВО «Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I», г. Ярославль, РФ
divin.rgotups@mail.ru

Введение. Успех любой компании в современных условиях напрямую связан с пополнением квалифицированным персоналом.

В компании ОАО «РЖД» как крупнейшей в мире транспортной компании, эта проблема тоже актуальна. Наряду с руководителями и специалистами, работающими в компании, важным звеном является подготовка кадров с целью создания перспективного потенциала на замену вакантных мест различных уровней управления. От уровня и качества подготовки специалистов всех структурных подразделений компании, зависит устойчивая работа железных дорог и безопасность движения поездов. Повышение профессионального уровня знаний работников компании является одним из важнейших направлений в работе службы управления персоналом. Взаимодействие с высшими учебными заведениями по вопросам обучения, является одним из направлений работы служб филиалов ОАО «РЖД».

Вопросам организации управления с использованием информационных технологий и систем в ВУЗе уделяется особое внимание, с целью принятия правильных управленческих решений руководителями различных уровней.

Основная часть. Система управления вырабатывает управляющие воздействия на основании информации, поступающей от внешних органов управления (директивная, осведомляющая и т.п.), информации о внешних условиях состояния объектов производства. На рис.1 приведена схема управления производственным объектом.

Управляющие воздействия доводятся до объекта управления в форме приказов, распоряжений. Информация о реализации управляющих воздействий и результатах производственной деятельности (отчеты, донесения) используются системой управления для корректировки принятых ранее решений.

В приведенной схеме управления реализуется важнейший универсальный принцип экономической кибернетики (науки об управлении) – **принцип обратной связи**. Сущность принципа состоит в обязательности получения информации о состоянии объекта управления и результатах предыдущих управляющих воздействий [1].

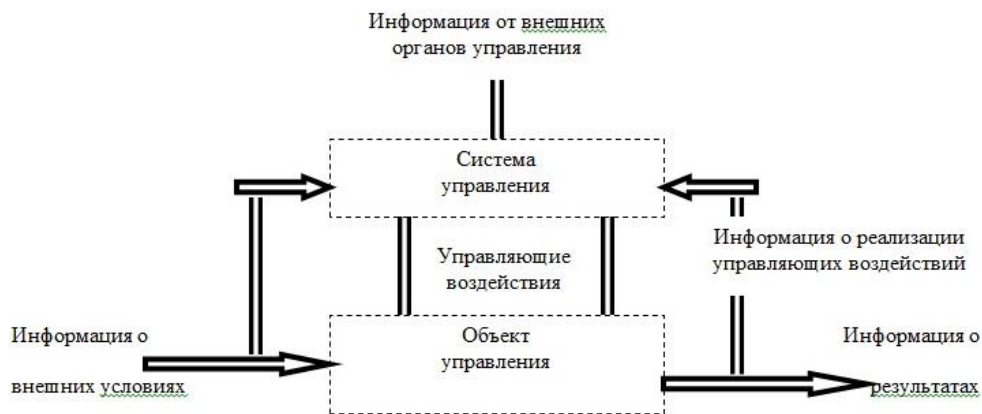


Рис. 1

Анализируя схему управления объектом, можно сделать вывод, что процесс управления любым хозяйственным объектом является информационным процессом.

Обработка информации осуществляется посредством информационных технологий в информационных системах (ИС). В процессе управления хозяйственной деятельностью объекта проводятся:

- сбор, преобразование, хранение, обработка;
- передача, распространение, тиражирование информации.

Кроме вышеперечисленных технологий проводится анализ данных, с целью принятия управленческих решений и контроля исполнения.

Информационная технология – технологический процесс по сбору, обработке, хранению, передаче информации с использованием технических средств [2].

Средой функционирования информационных технологий являются информационные системы.

По степени автоматизации информационных процессов в организации информационные системы делятся:

- неавтоматизированные ИС (без использования современных средств автоматизации);
- автоматизированные (в процессе обработки информации участвуют оператор и компьютер);
- автоматические (все операции по обработке информации выполняются без участия человека).

Все современные ИС являются автоматизированными [3].

По функциональному признаку (применительно к деятельности производственного объекта) информационные системы бывают:

- производственные (планирование и управление производством, управление запасами);
- маркетинговые (исследование рынка, учет заказов и управление продажами);

- финансовые (бухгалтерский учет, зарплата, финансовый анализ и прогнозирование);
- кадровые (работа с кадрами, ведение служебной документации, планирование подготовки кадров).

В настоящее время широко используются автоматизированные информационные системы (АИС), которые представлены структурно человеко-компьютерными системами, предназначенная для сбора и обработки информации, а также поддержки принятия решений с использованием компьютерной информационной технологии [4].

АИС представлена следующими компонентами:

- компьютеры, компьютерные сети;
- программное обеспечение, информационные массивы;
- персонал, средства связи и телекоммуникации.

Основная цель информационной системы – реализация информационной технологии (организация хранения, обработки, передачи информации и т.п.).

Информационные технологии по выполняемым функциям делятся:

- информационные технологии обработки данных;
- информационные технологии управления;
- информационные технологии автоматизации офиса;
- информационные технологии поддержки принятия решений.

Заключение. Все вышеперечисленные информационные системы и технологии могут быть реализованы в режиме централизованной (все данные хранятся и обрабатываются на сервере) или децентрализованной обработки (данные и их обработка распределены между рабочими станциями и серверами в компьютерной сети), что актуально для обработки информационных потоков в крупных компаниях.

Список литературы

1. Вычислительные системы, сети и телекоммуникации: Учебник для вузов. 2-е изд. / В.Л. Бройдо. – СПб.: Питер, 2004. – 703 с.: ил. – ISBN: 5-94723-634-6
2. Информатика: Учебник. 5-е изд./В.А. Каймин – М.: МНФРА-М, 2009. – 285 с. – ISBN: 5-16-001928-6
3. Информационные системы: Учебник для вузов. 2-е изд./Ю.С. Избачков, В.Н. Петров – СПб.: Питер, 2006.– 656 с. – ISBN: 5-469-00641-7
4. Дивин Е.Н. Интенсификация обучения студентов высшей школы компании ОАО «РЖД» в вопросах применения экономического анализа // материалы конференции ИСТОРИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ТРАНСПОРТА НА СЕВЕРЕ РОССИИ: Сборник научных статей / Под ред. проф. О. М. Епархина, Ярославль: Ярославский филиал ПГУПС, 2019. – 186 с. – ISBN 978-5-6042652-4-6

РАЗРАБОТКА ОБУЧАЮЩЕ-КОНТРОЛИРУЮЩИХ СИСТЕМ ПО МЕТОДАМ ОПТИМИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ

Егоров Д.Е., Рыбалко Л.А.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
daniil.egorov.00@mail.ru, l.rybalko@donnu.ru

Введение. С повсеместным и постоянным расширением практики использования информационных технологий и программируемых программных продуктов в образовании, всё большую актуальность получает привлечение информационных специалистов в целом и программных инженеров в частности к разработке программного обеспечения для автоматизации, универсализации, масштабирования и углубления процесса обучения.

В рамках представленной выше темы было решено продемонстрировать преимущества использования специализированного программного обеспечения в образовании через прикладной пример, разработанный с учётом ключевых потребностей обучающегося, и предоставляющий интерфейс для образовательной работы формата «преподаватель-студент».

Целью исследования стала разработка оконного приложения – обучающе-контролирующей системы с наполнением в виде теоретической информации и практических заданий в рамках темы «Методы оптимизации нелинейных задач».

Основная часть. Современная практика образования показывает, что учитель, используя в своей деятельности различные инструменты мультимедиа (информационные и телекоммуникационные устройства), во многих случаях участвует также в разработке отдельных электронных средств обучения.

В то же время анализ качества образовательных электронных ресурсов, созданных профессиональными коллективами и отдельными педагогами, показывает, что вопросы отбора и корректного представления в них содержательного материала остаются непроработанными. Имеющиеся продукты информационного обеспечения страдают от несовершенства подходов к разработке программной структуры, пользовательского интерфейса и визуального представления учебных материалов. Данные характеристики имеют очень большое значение в своём влиянии на эффективность освоения материала обучающимися.

К сожалению, информационная архитектура электронных средств обучения зачастую выстраивается хаотично, не подчиняясь четко разработанной системе, что приводит к "запутыванию" учащегося,

выработке у него неадекватной логической структуры изучаемой предметной области [1].

Электронное образование уже является неотъемлемой составляющей процесса обучения во многих вузах мира и используется повсеместно. Его внедрение позволяет углубить образовательный материал и расширить его за счёт доступа к мировым медиатекам специализированных ресурсов. Также включение в учебный процесс элементов электронного образования позволяет улучшить степень освоения материала учащимися благодаря большему вовлечению и возросшей доле самостоятельной работы. Особенную актуальность электронное обучение приобретает в введении новых образовательных стандартов на государственном уровне. В силу специфики электронного обучения это знаменует собой значительное сокращение объёмов аудиторной работы, расширение форм самостоятельной работы студентов, внедрение новых возможностей взаимодействия учителя с учеником.

Программы законодательной поддержки электронного обучения разработаны и разрабатываются более чем в 30 странах, включая страны третьего мира [2].

Однако, хотя в наши дни отношение к электронному обучению в вузах России является достаточно положительным, оно не получает широкого распространения. В первую очередь это связано с рядом проблем, с которыми сталкиваются образовательные учреждения и их сотрудники в процессе внедрения элементов электронного обучения в учебную программу. Среди этих проблем стоит отдельно выделить следующие:

- электронный контент; для многих учебных курсов не разработаны электронные образовательные ресурсы;
- готовность преподавателей; значительная часть вузовских преподавателей не готова к работе с применением дистанционных технологий, не понимает неизбежность информатизации образования в условиях информационного общества;
- противоречие между психологической готовностью студентов и преподавателей к работе в области электронного обучения (далее – ЭО);
- сопровождение; в вузах мало специалистов (методистов, тьюторов, консультантов) в области ЭО, обеспечивающих квалифицированную поддержку преподавателям и студентам в процессе обучения;
- отсутствие необходимой нормативной базы в области ЭО;
- авторское право, за которым скрывается нежелание преподавателей выставлять свои ресурсы в открытый доступ;
- отсутствие поддержки со стороны руководства вузов (до недавнего времени, пока ЭО не стало частью государственной образовательной политики) [2].

Обучение с использованием информационных технологий получает всё большую актуальность в очной форме образования. Такое образование позволяет решать большой спектр задач, направленных на введение новых образовательных стандартов и переход на уровневую систему образования.

В работе представлен дизайн программного решения, направленного на дополнение и сопровождение образовательного процесса в рамках представленной темы обучения.

Программное решение представляет собой сервис-хранилище обучающих материалов, позволяющий учителю настроить приём материалов со стороны обучающегося, а также автоматическую проверку этих материалов (к примеру, проверку решений для задач с графической иллюстрацией хода решения). Также в функционал включена возможность создания интерактивных страниц-учебников и пошаговых иллюстративных примеров для активного обучения.

Для улучшения пользовательского опыта и параметров эргономичности разрабатывается интуитивный интерфейс, разделяющий рабочее пространство приложения-сервиса на отдельные по смыслу зоны. Преследуются цели удобства использования и минимализма исполнения.

Заключение. Научная революция программируемых микрочипов продолжает перестраивать области жизни и деятельности человека. В большинстве мест применения такая перестройка приносит автоматизацию и упрощение производства. В области образования, однако, применение информационных технологий сулит установление новых, гораздо более высоких, стандартов качества и глубины обучающей программы, фактически закладывая предпосылки для ускорения всего последующего научного прогресса человека.

В работе предоставлен пример обучающей системы, использующей преимущества современного состояния информационных технологий. Подобные системы позволяют проводить обучение с большим объёмом усваиваемой информации и большей наглядностью по сравнению с классическими методами проведения образовательной деятельности.

Список литературы

1. Технологии создания электронных обучающих средств //Г.А. Краснова, М.И. Беляев, А.В. Соловов]; М-во образования Рос. Федерации [и др.]. - М.: Изд-во Рос. ун-та дружбы народов, 2011. - 117, [1] с. : ил., табл.; 21 см.; ISBN 5-276-00203-7.
2. Можаяева Г. В. Электронное обучение в вузе: современные тенденции развития // Гуманитарная информатика. – 2013. – Вып. 7. – С. 126–138. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/elektronnoe-obuchenie-v-vuze-sovremennye-tendentsii-razvitiya/viewer> (дата обращения: 12.12.2015).

О ПРИМЕНЕНИИ КЛАСТЕРНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ИНДИВИДУАЛЬНЫХ РИСКОВ ДОБРОВОЛЬНОГО МЕДИЦИНСКОГО СТРАХОВАНИЯ

Жмыхова Т.В.¹, канд. физ.-мат. наук, доц., **Шницар И.Н.**²

¹ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»,
г. Макеевка, РФ

²ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
t.v.zhmykhova@donnasa.ru, irina.shnitsar@gmail.com

Введение. Страхование является одним из стратегических секторов экономики, посредством которого происходит аккумулирование сбережений в виде страховых премий и перевод их в инвестиции, ввиду чего возникает необходимость в проведении анализа современного состояния российского рынка страхования, выявлении его особенностей и перспективных направлений развития.

Основная часть. Целью данного исследования стал анализ показателей, относящихся к категории добровольного медицинского страхования посредством методов многомерного статистического анализа, а именно на основе полученных результатов было проведено укрупнение выборок факторов риска, влияющих на страховой рынок, с целью нивелирования их разрозненности. Отметим, что данная работа стала продолжением цикла работ [1-3], посвященных исследованиям в данной области страхования.

Для оценки страховых показателей развития отрасли добровольного медицинского страхования был использован метод кластеризации существенно отличающийся от иерархических агломеративных методов, а именно метод k – средних, применяемый в случае уже имеющегося представления относительно числа кластеров, на которые необходимо разбить наблюдения.

Аффилирование данных проводилось по строкам, на основании чего было сформировано 6 кластеров, позволяющих сгруппировать районы страны по аналогичным рисковому показателям.

В результате проведенного дисперсионного анализа данных, результат которого отображен в таблице ниже, приходим к выводу, что уровень безработицы в каждом из регионов является наиболее ощутимым фактором риска, влияющим на развитие медицинского страхования на отдельной территории.

Следующим этапом исследования стало приведение описательных статистик по 6 кластерам, результаты которого отображены в таблице ниже (Таблица 1).

Таблица 1

Описательные статистики по 6 сформированным группам

Описат. статистики для кластера 1				Описат. статистики для кластера 4			
	Среднее	Стандарт отклон.	Дисперс.		Среднее	Стандарт отклон.	Дисперс.
Страховые выплаты	-0,183805	0,107341	0,011522	Страховые выплаты	-0,52430	0,00	0,00
ВРП	-0,170668	0,053882	0,002903	ВРП	-1,12971	0,00	0,00
Доход	0,546913	0,124036	0,015385	Доход	-1,24003	0,00	0,00
Ур-нь безработ.	-0,560047	0,134242	0,018021	Ур-нь безработ.	2,26866	0,00	0,00

Описат. статистики для кластера 2				Описат. статистики для кластера 5			
	Среднее	Стандарт отклон.	Дисперс.		Среднее	Стандарт отклон.	Дисперс.
Страховые выплаты	2,450872	0,00	0,00	Страховые выплаты	-0,317754	0,104151	0,010847
ВРП	0,704495	0,00	0,00	ВРП	-0,305227	0,160137	0,025644
Доход	1,727173	0,00	0,00	Доход	-0,817183	0,107402	0,011535
Ур-нь безработ.	-0,958724	0,00	0,00	Ур-нь безработ.	-0,199339	0,375876	0,141283

Описат. статистики для кластера 3				Описат. статистики для кластера 6			
	Среднее	Стандарт отклон.	Дисперс.		Среднее	Стандарт отклон.	Дисперс.
Страховые выплаты	-0,455414	0,00	0,00	Страховые выплаты	-0,468040	0,00	0,00
ВРП	-0,726815	0,00	0,00	ВРП	2,103819	0,00	0,00
Доход	-0,481750	0,00	0,00	Доход	0,535150	0,00	0,00
Ур-нь безработ.	-0,047462	0,00	0,00	Ур-нь безработ.	0,256292	0,00	0,00

Описательные статистики демонстрируют тот факт, что схожими рисковыми характеристиками обладают наблюдения, выделенные в кластер №1 и кластер №5. Для дальнейшего исследования в качестве центра класса были выбраны средние величины по всем переменным для этого класса (Таблица 2). Кластеризация методом k средних выявила взаимосвязь между факторами риска, присущими Северо-Западному и Уральскому округам (кластер №1), а также между показателями Приволжского и Сибирского районов (кластер №5).

Таблица 2

Средние величины по кластерам

		объедин.			объедин.
Северо-Западный		0,077323	Приволжский		0,153830
Уральский		0,077323	Сибирский		0,153830
		объедин.			объедин.
Центральный		0,00	Дальневосточный		0,00
		объедин.			объедин.
Южный		0,00	Северо-Кавказский		0,00

Используя приведенную таблицу, нетрудно убедиться в том, что первым очевидным показателем влияния на развитие ДМС в двух объединенных регионах является уровень дохода на душу населения. Для Северо-Западного округа его значение достигает 36 163 рублей на

человека; для Уральского – 34 955 рублей. Вторым фактором выступает уровень экономической активности населения: 63,7% для Северо-Западного региона и 63,4 – для Уральского. Последний, но не менее важный фактор – уровень безработицы, достигший отметок в 3,7% и 4,2%.

Детально изучив сведения первого класса, отметим высокие показатели доходов и экономической активности местного населения в совокупности с относительно низким уровнем безработицы (по сравнению с другими областями), что является наиболее подходящими условиями для благоприятного развития страховой отрасли.

Аналогичный анализ для кластера №5 позволяет сделать вывод о схожих доходах: в Приволжском округе – 26 688 рублей, в Сибирском – 25 642 рублей. Оба эти показателя находятся на уровне ниже среднего по стране.

Экономическая активность населения для обоих регионов достигает отметки в 60,8%. Уровень безработицы в Приволжье – 4,2% (не превышает среднее значение), а в Сибири – 5,6.

Заключение. Отметим, что невысокие доходы и показатель экономической активности населения, а также существенный уровень безработицы являются теми неблагоприятными факторами, которые способствуют стагнации в сфере страхования. Подобная социально-экономическая ситуация не позволяет эффективно развивать страховую отрасль в двух перечисленных регионах.

Список литературы

1. Шницар, И. Н. Оценка выплат по договорам страхования для различных видов собственности на основе многомерного статистического анализа / И. Н. Шницар, Т. В. Жмыхова // Донецкие чтения 2021: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: матер. VI Междунар. науч. конф. (Донецк, 26–27 октября 2021 г.). – Т.1: Механико-математические, компьютерные и химические науки, управление. – Донецк: ДонНУ, 2021. – С. 159–161. – URL: <https://donnu.ru/public/files/Том%201%20-%20Мех-математические%20и%20химические%20науки.pdf> (дата обращения: 10.08.2022)
2. Шницар, И. Н. Многомерный статистический анализ в изучении статистических показателей добровольного медицинского страхования / И. Н. Шницар, Т. В. Жмыхова // Вестник студенческого научного общества ГОУ ВПО «ДОННУ». – Донецк: ДОННУ, 2022. – Вып. 14, Т. 1: Естественные науки. – С. 228–231.
3. Шницар, И. Н. Методы многомерного статистического анализа в исследовании показателей страховой медицины / И. Н. Шницар, Т. В. Жмыхова // Сборник научных трудов VIII Республиканской конференции молодых ученых, аспирантов, студентов «Научно-технические достижения студентов, аспирантов, молодых ученых строительно-архитектурной отрасли» (Макеевка, 22 апреля 2022 г.). – Т. 1: Фундаментальные науки. – Макеевка: ГОУ ВПО «ДонНАСА», 2022. – С. 17-22. – URL: http://donnasa.ru/publish_house/journals/studconf/2022/sbornik_konf_fundam_nauk_2022.pdf (дата обращения: 10.08.2022)

АНАЛИЗ ВИДОВ СКЛАДСКИХ РОБОТОВ

Заргарян Е.В.¹, канд. техн. наук, *Белоусова В.С.²*,

¹ФГБОУ ВО «Южный федеральный университет», г. Таганрог, РФ

²ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», г. Таганрог, РФ
evzargaryan@sfedu.ru

Введение. Можно считать толчком развития роботизации складов, внедрение компанией Amazon складских роботов [1]. На сегодняшний день на складах компании трудятся более 10 тыс. автономных роботов, и тенденция наращивания роботизации продолжает развиваться. Непосредственное влияние на этот процесс оказывает пандемия, в результате которой, резко увеличились объемы on-line торговли. Единственным способом снижения логистических издержек для крупных сетевых компаний является роботизация и цифровизация складов.

Основная часть.

По результатам роботизации складов в компании Amazon получены следующие результаты [2]:

- снижение длительности рабочего цикла с 60 минут до 10 минут;
- сокращение расходов на содержание складов на 20%;
- увеличение количество хранимых товаров на складах на 50%;
- снижение ошибок и аварий.

История развития складских роботов началась в 2003 году с компании Kiva Systems (Массачусетс, США), которая, изучив причины банкротства крупнейшей торговой компании Webvan выяснила, что основной причиной являлись огромные складские расходы. Это послужило толчком к разработке в Kiva Systems робота для склада.

К 2010 году компания разработала двух роботов с грузоподъемностью 400 и 1200 кг, которые перемещались внутри склада по разметке. Компания Amazon выкупила Kiva Systems в 2012 году, что послужило серьезным толчком для развития складской робототехники. Касательно других компаний решения по роботизации складов также активно внедряются [2]. В Китае JD.com развернула роботизированный склад площадью 600 кв.м, на котором работает 20 роботов для доставки в радиусе 5 км. В Германии на складе Aviator все операции выполняются роботизированными системами. Персонал привлекается только для обслуживания роботов. Компания DHL в 2018 году инвестировала 300 млн. долларов на роботизацию складов для сортировки грузов. За 2018 год в Китае произведено более 100 тыс. роботов для складов. Компания Alibaba использует роботов для сортировки товаров на складах. За период с 2012 г. до 2016 г. компания Foxconn (Тайвань) сократила 400 тыс. рабочих и заменила их роботами.

Как видно, автоматизация складов является эффективной и экономически выгодной для компаний со складами, на которых происходит активное движение товаров. Роботизация складов востребована в сортировочных центрах, транспортных компаниях, логистических центрах, железнодорожных узлах и аэропортах. Это позволит высвободить большое количество персонала, сократить количество временно нанимаемых работников, увеличить оборот товаров за счет снижения операционного времени. Бурный рост роботизации складов показывает, что это неизбежная перспектива дальнейшего развития в том числе и в нашей стране. Это обусловлено развитием онлайн торговли и увеличением складских площадей.

Прогнозы на ближайшие 5 лет показывают рост роботизации складов до 20% в Евросоюзе и до 90% в США. Касательно Российской Федерации прогнозируется рост до 8% в Московской области и до 4% в среднем по стране.

Рассмотрим основные виды складских роботов, которые применяются в настоящее время.

1. Роботы-тележки или роботы-буксировщики – перемещают коробки, паллеты и ящики по территории склада. Обычно оснащены механизмом для подъема и опускания груза.

2. Роботы-штабелеры – оснащены манипуляторами для захвата грузов и перемещения их на паллеты в соответствии с заданием.

3. Роботы-сортировщики – оснащены современными системами технического зрения для идентификации предметов.

4. Роботы-беспилотники – осуществляют автоматическую инвентаризацию товаров на складе с высокими полками.

Современной тенденцией является разработка комплексных решений для группового управления складскими роботами, при которых они взаимодействуют друг с другом и выполняют общую работу.

Заключение. Каждый робот оснащен средствами технического зрения, управляющим контроллером и исполнительными механизмами для реализации автономного движения в среде функционирования.

Список литературы

1. Аламир Х.С., Заргарян Е.В., Анализ возможностей интеллектуальных транспортных систем. Проблемы автоматизации. Региональное управление. Связь и акустика: сборник трудов X Всероссийской научной конференции и молодежного научного форума (в рамках мероприятий, посвященных году Науки и технологий в Российской Федерации (Геленджик, 20–22 октября 2021 г.); Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2021. – 579 с. – с 204-208. – ISBN 978-5-9275-4002-0
2. Заргарян Е.В., Аюпджанян Ж.Ж. Исследование автоматизации коллаборативных роботов и способы их применения // Технологии разработки информационных систем ТРИС-2020. Материалы X Международной научно-технической конференции. "Технологии разработки информационных систем". – 2020. – С. 218-223.

АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В НАСТОЯЩЕЕ ВРЕМЯ

Заргарян Е.В., канд. техн. наук, *Ганцевский А.В.*
ФГБОУ ВО «Южный Федеральный Университет», г. Таганрог, РФ
evzargaryan@sfedu.ru, gantsievskii@sfedu.ru

Введение. В данной статье рассматриваются существующие нейронные сети, проводится краткий анализ применения их в разных областях наук. В настоящее время человечество стремится облегчить работу, а так же улучшить свой повседневный быт. К примеру, мобильная связь охватила около 70% жителей всего мира, а к 2025 году ожидают 85%. Можно сделать вывод, что мобильные телефоны уже повседневный гаджет без которого человек в принципе не может обходиться. Что касается нейронных сетей, то можно с уверенностью сказать, что пройдет время, когда для всего мира будет не удивлением использованием в разных областях наук.

Основная часть. Нейронные сети – это набор алгоритмов, созданных по образцу человеческого мозга. Эти сети также известны как искусственные нейронные сети (ИНС) [1].

Типы нейронных сетей. Нейронные сети можно разделить на несколько типов в зависимости от их глубинных фильтров активации, структуры, используемых нейронов, плотности нейронов, потока данных и так далее. Типы нейронных сетей следующие: персептрон, нейронные сети с прямой связью, сверточные нейронные сети, нейронные сети радиальной базисной функции, рекуррентные нейронные сети, последовательность к модели последовательности, модульная нейронная сеть **В зависимости от количества слоев различают два типа нейронных сетей:**

– **Однослойная нейронная сеть:** Однослойная нейронная сеть содержит входной и выходной слои. Входной слой получает входные сигналы, а выходной слой соответственно генерирует выходные сигналы.

– **Многослойная нейронная сеть:** Многослойная нейронная сеть содержит вход, выход и один или несколько скрытых слоев. Скрытые слои выполняют промежуточные вычисления перед направлением ввода на выходной слой [2].

Далее рассмотрим применение ИНС в настоящее время:

1. Распознавание лиц. Системы распознавания лиц служат надежными системами наблюдения. Системы распознавания сопоставляют человеческое лицо и сравнивают его с цифровыми изображениями.

2. Прогноз фондового рынка. Чтобы сделать успешный прогноз акций в режиме реального времени, используется многослойный

персептрон. MLP состоит из нескольких уровней узлов, каждый из которых полностью связан с последующими узлами [3].

3. Социальные сети. Нейронные сети дублируют поведение пользователей социальных сетей. После анализа поведения людей в социальных сетях данные могут быть связаны с привычками людей тратить деньги.

4. Аэрокосмическая промышленность. Аэрокосмическая инженерия – это обширный термин, который охватывает разработки космических кораблей и самолетов. Диагностика неисправностей, высокопроизводительное автопилотирование, защита систем управления самолетом и моделирование ключевых динамических симуляций – вот некоторые из ключевых областей, в которых нейронные сети взяли на себя ответственность.

5. Защита. Нейронные сети используются в логистике, анализе вооруженных нападений и для определения местоположения объектов. Они также используются в воздушном патрулировании, морском патрулировании и для управления автоматическими дронами.

6. Здравоохранение. Современные люди используют преимущества технологий в сфере здравоохранения. Сверточные нейронные сети активно используются в сфере здравоохранения для обнаружения рентгеновских лучей, компьютерной томографии и ультразвука.

7. Проверка подписи и анализ почерка. Искусственные нейронные сети используются для проверки подписей. ИНС обучены распознавать разницу между настоящими и поддельными подписями. ИНС можно использовать для проверки как автономных, так и онлайн-подписей.

8. Прогноз погоды. Прогнозы, сделанные метеорологическим отделом, никогда не были точными, пока искусственный интеллект не вступил в силу. Прогнозирование погоды в первую очередь проводится для того, чтобы заранее предвидеть предстоящие погодные условия.

Заключение. Нейронные сети имеют множество приложений, от распознавания лиц до прогнозирования погоды, взаимосвязанные слои могут делать множество вещей с помощью некоторых простых входных данных. С появлением человекоподобных роботов, таких как Грейс, мир может ожидать, что некоторые научно-фантастические фильмы скоро станут реальностью!

Список литературы

1. Галушкин, А.И. Нейронные сети: история развития теории: Учебное пособие для вузов / А.И. Галушкин, Я.З. Цыпкин. – М.: Альянс, 2015. – 840 с
2. Хайкин, С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – М.: Диалектика, 2019. – 1104 с.
3. Ширяев, В.И. Финансовые рынки: Нейронные сети, хаос и нелинейная динамика / В.И. Ширяев. – М.: КД Либроком, 2016. – 232 с.

РЕАЛИЗАЦИЯ КРИПТОСИСТЕМ НА ОСНОВЕ РОССИЙСКИХ СТАНДАРТОВ ШИФРОВАНИЯ ДАННЫХ И ШИФРОВ СЛОЖНЫХ ЗАМЕН

Иванченко А.Ю., Рыбалко Л.А.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
hazard.018@yandex.com@rambler.ru, l.rybalko@donnu.ru

Введение. Научно-технический прогресс в последнее время принял колоссальные масштабы в сфере компьютерных технологий, а кроме того, в сфере информатизации общества на основании нынешних средств вычислительной техники, связи, а также способов автоматизированной обработки данных. В связи с этим резко возросли требования к защите информации. В наше время криптография связывает методы защиты данных совершенно разного характера, базирующиеся на преобразовании сведений по соответствующим алгоритмам. С усложнением информационных взаимодействий в человеческом обществе появились и продолжают появляться новейшие задачи по их защите, что потребовало формирования принципиально новых подходов и способов. Некоторые из задач решены в рамках криптографии. Целью исследования является создание оконного приложения, реализующего комбинированную криптосистему на базе российских стандартов шифрования и шифров сложных замен.

Основная часть. Блочные шифры являются фундаментом, на котором выполнены почти все криптосистемы. Технология формирования цепочек с зашифрованными блочными методами байтов дает возможность зашифровывать ими пакеты данных не лимитированной длины. Такое качество блочных шифров, как скорость работы, выгодно отличает их по сравнению с асимметричными криптоалгоритмами, медлительными по своей природе. Недостаток статистической корреляции между битами выходящего потока блочного шифра принципиально с целью подсчета ревизорских сумм пакетов данных, а также в целях хеширования паролей [3].

В 2015 г. В России установлены два новых государственных криптографических стандарта: ГОСТ Р 34.12–2015 «Информационная технология. Криптографическая защита информации. Блочные шифры» и ГОСТ Р 34.13–2015 «Информационная технология. Криптографическая защита информации. Режимы работы блочных шифров», которые вступили в действие с 1 января 2016 г.

Стандарт ГОСТ Р 34.12–2015 включает описание двух блочных шифров с длиной блока 128 и 64 бит. Шифр ГОСТ 28147–89 с

фиксированными блоками нелинейной подстановки введен в новый ГОСТ Р 34.12–2015 в качестве 64-битового шифра под названием «Магма» («Magma»). Он основан на сети Фейстеля.

Существует ряд подобных шифров, к примеру, DES, ГОСТ-28147-89, Lucifer, FEAL, Khufu, Khafre, LOKI, Blowfish, созданных согласно схеме Фейстеля. Блочный метод шифрования, применяющий описанную систему, представляется реверсируемым, и обеспечивает вероятность воссоздания входных данных образующей функции F в каждом цикле. Сама функция F не обязательно должна являться реверсируемой. При задании произвольной функции F не понадобится осуществлять 2 разные операции – одну с целью шифрования, а другую с целью расшифровывания [2].

Приведенный в стандарте набор S -блоков обеспечивает оптимальные свойства, характеризующие стойкость криптоалгоритма к дифференциальному и линейному криптоанализу [1].

В стандарт ГОСТ Р 34.12–2015 введен также новый блочный шифр («Кузнечик») с величиной блока 128 бит. Предполагается, что данный шифр станет устойчив ко всем известным в настоящее время атакам на блочные шифры. Режимы работы блочных шифров (простой замены, гаммирования, гаммирования с обратной связью по выходу, гаммирования с обратной связью по шифротексту, простой замены с зацеплением и выработки имитовставки) выведены в отдельный стандарт ГОСТ Р 34.13–2015, что отвечает установленной международной практике. Данные режимы применимы как к шифру «Магма», так и к новому шифру «Кузнечик».

Шифр сложной замены состоит из нескольких простых подстановочных шифров. Сложную замену называют многоалфавитной, так как для шифрования каждого символа исходного сообщения применяют свой шифр простой замены, используемые алфавиты последовательно и циклически меняются [4].

В многоалфавитных шифрах замены используется множество однобуквенных ключей, причем каждый ключ применяется для шифрования только одного символа открытого текста. В процессе шифрования первым ключом шифруется первый символ открытого текста, вторым ключом – второй символ и т.д. После исчерпания ключи используются повторно [1].

В данной работе представлена модификация алгоритма шифрования ГОСТ. Так как в алгоритме ГОСТ в базовых циклах шифрования и дешифрования левая часть блока размером 32 бит не шифруется перед операцией исключаящего «ИЛИ» в 32 шагах криптопреобразования, то в работе предложено с помощью шифра сложной замены зашифровать эту левую часть блока, после чего с помощью операции Хог складывать ее с зашифрованным правым полублоком.

В качестве шифра сложной замены предлагается использовать шифр Вернама, а ключом для него будет тот элемент ключа ГОСТ, который применяется на данном раунде шифрования. Можно использовать также шифр Вижинера или другой шифр замены.

Процесс дешифрования происходит аналогичным способом. Повторное применение операции Хор восстанавливает выполненные преобразования, что не отменяет способность алгоритма ГОСТ к шифрованию и дешифрованию.

Данная модификация приводит к еще большему перемешиванию символов шифротекста и дает возможность, например, уменьшить количество раундов шифрования.

Заключение. При разработке метода шифрования ГОСТ криптографами была заложена избыточная стойкость. Вплоть до настоящего времени не известны какие-либо результативные способы взлома этого шифра, кроме метода полного перебора возможных вариантов ключей шифрования. А полный перебор 2^{256} ключей (не полагая конфиденциальной синхропосылки) при сегодняшнем развитии компьютерной техники за реальный период реализовать нельзя.

В работе была предложена модификация стандарта шифрования ГОСТ с помощью шифра сложной замены, в частности, с помощью шифра Вернама.

Используемая модификация позволяет повысить криптостойкость системы за счет усиления перемешивания символов шифротекста, что еще больше затрудняет получение статистических и функциональных закономерностей.

Список литературы

1. Васильева, И. Н. Криптографические методы защиты информации: учебник и практикум для вузов / И. Н. Васильева. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 349 с.
2. Бабенко, Л. К. Криптографическая защита информации: симметричное шифрование: учебное пособие для вузов / Л. К. Бабенко, Е. А. Ищукова. – Москва: Издательство Юрайт, 2017. – 220 с.
3. Спиричева Н. Р. Алгоритмы блочной криптографии: учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по программе бакалавриата по направлению подготовки 230100 «Информатика и вычислительная техника» / Н. Р. Спиричева; Министерство образования и науки РФ, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург: Изд-во Урал, ун-та, 2013. – 78 с.
4. М. В. Адаменко. Основы классической криптологии. Секреты шифров и кодов. – ДМК Пресс, 2012. – 256 с.

РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ КРИПТОСИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ АМЕРИКАНСКОГО СТАНДАРТА ШИФРОВАНИЯ AES И БИГРАММНЫХ ШИФРОВ ЗАМЕН

Кислинский Е.К., Рыбалко Л.А.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
gkislinskiy@gmail.com, l.rybalko@donnu.ru

Введение. На сегодняшний день человечество активно использует различные компьютерные системы. Огромные объемы информации содержатся в современных компьютерах. В том числе, частью этих данных могут являться файлы, которые не предназначены для широкого доступа. Различные государственные секреты, личные данных миллионов людей существуют в цифровом формате. Все эти файлы в руках злоумышленников могут принести очень большой вред, как отдельным людям, так и целым государствам. Широкая распространенность сети Интернет дарит огромные возможности людям, но вместе с этим дает возможность злоумышленникам удаленно получать доступ к таким данным.

Основная часть. Идея защищать информацию появилась задолго до первых компьютеров. Зашифровать текст используя какой-либо ключ и специальный принцип шифрования – очень старая и рабочая идея. Начиналось все с самых простых методов шифрования, где использовались простые идеи, но в свое время они были чем-то новым и рабочим. Подобными методами можно считать биграммные шифры замен.

Но время и технологии принесли с собой совершенно новые методы шифрования. Компьютер способен выполнять тысячи операций за мизерное количество времени, и старые методы защиты информации перестали работать.

Насущность проблемы заставила людей активно работать в этом направлении. Криптография перестала быть исключительно военным изобретением. Тысячи математиков и криптографов начали решать поставленную задачу – защита данных. И на сегодняшний день существует великое множество принципов шифрования. Они бывают самые разные: используют различные формулы в своей основе, по-разному могут разбивать данные на части и другое [1].

Современные стандарты шифрования, каковым, например, на данный момент, является алгоритм AES, уже достигли того уровня защищенности, когда чаще всего, уязвимость существует не в самом алгоритме, а в каких-либо вспомогательных системах, с которыми этот алгоритм может работать. Но это не значит, что подобные алгоритмы

неуязвимы и можно оставить разработку новых и улучшение старых алгоритмов. С каждым днем растет производительность компьютеров, с каждым днем криптоаналитики находят новые способы обхода существующих шифров [1].

Совокупность этих факторов дает возможность для развития криптографии. Исследование устаревших методов криптографии, изучение возможности совмещения старых и самых современных методов, разработка принципиально новых методов – все это повседневная задача для современного криптографа. Множество людей, их безопасность, безопасность их данных может быть под угрозой из-за минимальной ошибки в методе. Поэтому важность работы криптографа сложно недооценить [2-4].

Заключение. Разработка нового метода, даже на основе старых, может дать самые различные результаты. Изменяя те или иные части метода, заменяя более сложное более простым и наоборот, мы можем как создать метод, который будет лишен самых явных недостатков, так и ослабить их еще больше.

Но именно такие методы работы могут приносить наиболее интересные результаты. Важность подобных работ сложно оценить негативно. Так или иначе, но будет достигнут результат, который будет показывать верность или не верность выбранного вектора развития.

Список литературы:

1. Панасенко, С.П. Алгоритмы шифрования. Специальный справочник. [Текст] / Панасенко С.П. – СПб: БХВ-Петербург, 2009. – 531 с.
2. Яценко В.В. Введение в криптографию : / Н.П. Варновский, Ю.В. Нестеренко. – М.: ЧеРо, 1998. – 272 с.
3. Спиричева Н. Р. Алгоритмы блочной криптографии: учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по программе бакалавриата по направлению подготовки 230100 «Информатика и вычислительная техника» / Н. Р. Спиричева; Министерство образования и науки РФ, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург: Изд-во Урал, ун-та, 2013. – 78 с.
4. Бабенко, Л. К. Криптографическая защита информации: симметричное шифрование: учебное пособие для вузов / Л. К. Бабенко, Е. А. Ищукова. – Москва: Издательство Юрайт, 2017. – 220 с.

КОПРОИЗВЕДЕНИЕ ХОПФОВЫХ И КОХОПФОВЫХ ПОЛИГОНОВ

Кожухов И.Б.^{1,2}, д-р физ.-мат. наук, проф., *Колесникова К.А.*^{1,2}

¹ФГАОУ ВО «НИУ «Московский институт электронной техники», г. Москва, РФ

²ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»,
г. Москва, РФ

kozuhov_i_b@mail.ru, ksenya.koless@gmail.com

Введение. Условия конечности универсальных алгебр – это свойства, которыми обладают все конечные универсальные алгебры. Наиболее известным условием конечности является конечная порождённость, однако интерес представляют и другие условия конечности: артиновость и двойственная ей нётеровость, канторовость, хопфовость и двойственные им коканторовость и кохопфовость. При исследовании свойств конечности полезно не только найти необходимые и достаточные условия, при которых данная универсальная алгебра обладает заданным свойством, но и изучить, сохраняется ли данное свойство после применения тех или иных операций над универсальной алгеброй (например, взятие фактор-алгебры, подалгебры, декартова произведения, копроизведения).

Основная часть. Полигоном X над полугруппой S называется множество с заданным отображением $\cdot : X \times S \rightarrow X$, удовлетворяющим условию $x \cdot (st) = (x \cdot s) \cdot t$ для любых $x \in X$ и $s, t \in S$ [1, 2]. Полигон над полугруппой является алгебраической моделью автомата. Кроме того, его можно рассматривать как универсальную алгебру, все операции которой унарны. Если S – полугруппа с единицей e , то полигон называют унитарным, если дополнительно выполнено условие $x \cdot e = x$ для любого $x \in X$. Конструкция копроизведения двойственна конструкции декартова произведения. В случае полигонов над полугруппой копроизведение представляет собой дизъюнктивное объединение полигонов (или их изоморфных копий, если полигоны имеют непустые пересечения).

Полигон над полугруппой можно рассматривать как граф со множеством вершин X и множеством рёбер $\{(x, xs) \mid x \in X, s \in S, xs \neq x\}$. Компоненты связности этого графа называются компонентами связности полигона. Каждая компонента связности является подполигоном, и любой полигон над полугруппой раскладывается в копроизведение своих компонент связности.

Строение унитарных и неунитарных полигонов над группой хорошо изучено. Любой унитарный полигон над группой представляется в виде копроизведения компонент связности, причём компоненты связности

являются циклическими полигонами. Строение неунитарного полигона над группой было описано в работе [3].

Полигон над полугруппой называют хопфовым, если любой его сюръективный эндоморфизм является изоморфизмом. Двойственное свойство – кохопфовость – означает, что любой инъективный эндоморфизм является изоморфизмом. Сформулированное здесь определение хопфовости эквивалентно тому, что полигон не изоморфен никакому своему нетривиальному фактор-полигону. А вышеприведённое определение кохопфовости равносильно тому, что полигон не изоморфен никакому своему собственному подполигону.

В работе [4] были получены необходимые и достаточные условия хопфовости и кохопфовости унитарного полигона над группой.

Отдельный интерес представляет вопрос о том, является ли копроизведение двух хопфовых (кохопфовых) полигонов хопфовым (кохопфовым) полигоном. В случае кохопфовых полигонов получен положительный ответ.

Теорема 1. Копроизведение двух кохопфовых полигонов над полугруппой является кохопфовым полигоном.

Для копроизведения хопфовых полигонов мы можем гарантировать положительный ответ лишь при дополнительном предположении.

Теорема 2. Копроизведение двух хопфовых полигонов является хопфовым полигоном, если хотя бы один из исходных полигонов имеет лишь конечное число компонент связности.

Нетрудно проверить, что хопфовость копроизведения любой совокупности полигонов влечёт хопфовость каждого из этих полигонов. Таким образом, из теоремы 2 вытекает следующее утверждение.

Следствие. Копроизведение конечного числа связных полигонов является хопфовым в том и только том случае, если каждый из этих полигонов хопфов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, грант № 22-11-00052.

Список литературы

1. Kilp M., Knauer U., Mikhalev A.V. Monoids, acts and categories: N.Y. – Berlin, W. de Gruyter, 2000. – XVII + 529 pp.
2. Кожухов И.Б., Михалёв А.В. Полигоны над полугруппами. *Фундаментальная и прикладная математика*, 2020. -- Т. 23. – Вып. 3. – С. 141-199.
3. Максимовский М.Ю. О полигонах над полурешётками. *Фундаментальная и прикладная математика*, 2008. -- Т. 14. – Вып. 7. – С. 151-156.
4. Кожухов И.Б., Колесникова К.А. О хопфовости и кохопфовости полигонов над группами. *Фундаментальная и прикладная математика*, 2020. -- Т. 23. – Вып. 3. – С. 131-139.

КАНТОРОВОСТЬ УНИТАРНЫХ ПОЛИГОНОВ НАД ВПОЛНЕ (0-) ПРОСТЫМИ ПОЛУГРУППАМИ

Кожухов И.Б.^{1,2}, д-р физ.-мат. наук, проф., *Сотов А.С.²*

¹ФГАОУ ВО «НИУ «Московский институт электронной техники», г. Москва, РФ

²ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»,
г. Москва, РФ

kozuhov_i_b@mail.ru, alexandersotov@yandex.ru

Пусть S – полугруппа, X – полигон над полугруппой S , т.е. множество, для которого определено отображение $X \times S \rightarrow X$, $(x, s) \mapsto xs$, удовлетворяющее условию $x(st) = (xs)t$ для всех $x \in X$, $s, t \in S$ (см. [1, 2]). Полигон является алгебраической моделью автомата; при этом X – множество состояний, а S – полугруппа входных воздействий. Полигон называется *унитарным*, если полугруппа S имеет единицу (обозначим её через e) и $xe = x$ для всех $x \in X$. Полигон X над полугруппой S будем называть *квазиунитарным*, если $XS = X$. При этом полугруппа S может не иметь единицу, а в случае, когда S имеет единицу, понятия унитарного и квазиунитарного полигона совпадают.

Хорошо известна теорема Кантора – Шрёдера – Бернштейна: если два множества X и Y таковы, что существуют инъективные отображения $f: X \rightarrow Y$ и $g: Y \rightarrow X$, то существует взаимно однозначное отображение $h: X \rightarrow Y$. Интересно спросить, верно ли аналогичное утверждение для универсальных алгебр, если брать не произвольные отображения, а только гомоморфизмы? Иными словами, не будут ли изоморфными две универсальные алгебры одной сигнатуры, если существуют изоморфные вложения их друг в друга? В общем случае ответ отрицательный: например, свободные группы с двумя и с тремя свободными образующими изоморфно вкладываются друг в друга, но не изоморфны. Для некоторых алгебр теорема, аналогичная теореме Кантора – Шрёдера – Бернштейна, верна: например, для линейных пространств над телом. Назовём универсальную алгебру A *канторовой*, если для любой алгебры B той же сигнатуры наличие изоморфных вложений $A \rightarrow B$ и $B \rightarrow A$ влечёт изоморфизм A и B . Отметим, что канторовость является *условием конечности*, так как всякая конечная алгебра является канторовой.

В работе [3] было доказано, что унитарные полигоны над группой являются канторовыми (неунитарные – необязательно). Этот результат может быть обобщён на квазиунитарные полигоны над более широким классом полугрупп, включающим вполне простые и вполне 0-простые полугруппы.

Заметим, что полигон, являющийся объединением простых полигонов, канторов. Кроме того, если полугруппа является объединением правых идеалов, являющихся простыми справа полугруппами, то всякий квазиунитарный полигон является объединением простых, а значит копроизведением простых. Понятно, что понятия простого и минимального для правых идеалов полугруппы совпадают. Таким образом, если полугруппа S является объединением минимальных правых идеалов, то всякий квазиунитарный полигон над S канторов.

Аналогичные замечания можно сделать для полигонов с нулём над полугруппой с нулём, а именно, если полугруппа S с нулём является объединением 0-простых правых идеалов, то всякий квазиунитарный полигон с нулём над этой полугруппой является 0-копроизведением 0-простых полигонов.

Нетрудно видеть, что вполне простая полугруппа $\mathcal{M}(G, I, \Lambda, P)$ и вполне 0-простая полугруппа $\mathcal{M}^0(G, I, \Lambda, P)$ являются объединением соответственно минимальных и 0-минимальных правых идеалов. Отсюда получается следующая теорема.

Теорема. Всякий квазиунитарный полигон над вполне простой полугруппой и квазиунитарный полигон с нулём над вполне 0-простой полугруппой являются канторовыми.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, грант № 22-11-00052.

Список литературы

1. Kilp M., Knauer U., Mikhalev A.V. Monoids, acts and categories: N.Y. – Berlin, W. de Gruyter, 2000. – XVII + 529 pp.
2. Кожухов И.Б., Михалёв А.В. Полигоны над полугруппами. Фундаментальная и прикладная математика. – 2020. – Т. 23. – Вып. 3. – С. 141-199.
3. Сотов А.С. Теорема Кантора – Бернштейна для полигонов над группами. Материалы VI Межд. конф. Соврем. информ. технологии в образов. и научн. иссл. – 2019. Донецк, ДонНТУ. – С. 120-123.

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ОЧЕРЕДЬЮ МИГРАЦИОННОЙ СЛУЖБЫ

Кулеш Я.С., Шевцов Д.В., д-р техн. наук
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
kulesh.yana14356@gmail.com, d.shevtsov@donnu.ru

Введение. Сегодня очередь – это неотъемлемая часть повседневной жизни. Общественные учреждения с массовой проходимостью страдают от скопления людей и длинных очередей из-за неграмотного распределения потока клиентов. Миграционная служба не исключение. Каждый день множество людей обращаются в миграционную службу с различными вопросами. Несомненно, это создает длинные очереди, усложняет работу и отнимает время, причиняя неудобства как гражданам, так и сотрудникам.

Основная часть. Системы управления очередью помогают избежать скопления людей в отделениях и организовать более цивилизованный порядок приема граждан. В число важнейших функций системы управления очередью входит автоматический и постоянный мониторинг работы персонала, интеграция с внутренними и внешними информационными системами, а также управление изменениями в бизнес-процессах.

Электронная очередь позволит выявить ошибки управления рабочим временем каждого сотрудника, офиса, филиала и всей сети точек обслуживания. На основе статистических данных системы можно и нужно принимать управленческие решения по оптимизации бизнес-процессов.

Внедрение этой системы позволяет государственным организациям создать комфортные условия для каждого клиента, повысить качество обслуживания.

В России системы управления очередью раньше зачастую внедрялись в более масштабные проекты. Однако с 2008 по 2009 год, они стали более востребованы [1].

Системы управления очередью (СУО) стали внедрять и в муниципальные учреждения. Например, в поликлиниках вводят СУО в сфере медицинского обслуживания. После внедрения системы управления очереди, пациенты смогли попасть на прием к врачам, к которым не ведутся плановые. Так же сократился беспорядок в коридоре и создалась комфортная атмосфера для граждан [2]. После года эксперимента департамент здравоохранения отметили прогресс в работе поликлиник.

Система электронной очереди позволяет решить множество задач:

1) равномерно распределить поток посетителей по времени в течение дня и по сотрудникам организации;

2) сократить время обслуживания одного посетителя и повысить пропускную способность организации в целом;

3) решить проблему информирования и навигации посетителей, тем самым улучшить условия труда сотрудников, избавив их от необходимости отвечать на однообразные непрофильные вопросы;

4) значительно повысить комфортность ожидания для клиентов, а также продемонстрировать общественности примеры модернизации и цивилизованный подход к обслуживанию;

5) осуществлять оперативный контроль за сотрудниками подразделения, занимающегося обслуживанием клиентов, и получать достоверную отчетность.

На основании вышесказанного можно сделать вывод, что электронная очередь необходимо использовать в МС МВД ДНР для улучшения пропускной способности.

Также для улучшения пропускной способности предлагается использовать систему массового обслуживания [3] и линейное программирование, в частности, задачу о назначениях [4]. Эти методы применяются для перенаправления людей по менее заполненным отделам и разбиения очереди на два вида: оформление паспорта впервые и замена его.

Для всех без исключения коммерческих организаций качество обслуживания зачастую является не просто одним из показателей эффективности работы. В условиях постоянных изменений на рынках товаров и услуг, контроль качества и оптимизация бизнес-процессов становятся неоспоримым конкурентным преимуществом перед остальными участниками рынка.

Заключение. Использование электронных очередей и некоторых математических методов упорядочит работу сотрудников МС, что, как следствие, увеличит их работоспособность; позволит ускорить процесс получения необходимого документа; сократится время ожидания приема и обработки документов, что обеспечит комфорт граждан.

Список литературы

1. Пачикова М.А. Рынок систем управления очередью в России [Текст] / М.А. Пачикова // Финансовая газета. Региональный выпуск. – 2010. – №41. – С. 22-23.
2. Эрлих А.Д. Изменилось ли качество работы поликлиник за последние два года? / А.Д. Эрлих // Научная статья по специальности «Науки о здоровье». – М., 2015. – С. 42–47.
3. Розенберг В.Я. Что такое теория массового обслуживания / В.Я. Розенберг, А.И. Прохоров – М.: Советское радио, 1962. – 254 с.
4. Зайцев М.Г. Методы оптимизации управления и принятия решений: примеры, задачи, кейсы / М.Г. Зайцев, С.Е Варюхин, С.Р. Филонович – М.: Дело, 2008. – 664 с.

РОЛЬ МАТЕМАТИКИ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЮРИСТА

Никифорова В.В., Рябченко А.А.

Ростовский институт (филиал) ФГБОУ ВО «Всероссийский государственный университет юстиции (РПА Минюста России)», г. Ростов-на-Дону, РФ
valeria.nikiforova.05@mail.ru

Введение. На первый взгляд между математикой и юриспруденцией нет ничего общего, но на самом деле это не так. Математика есть везде, поэтому при решении задач юридического характера юристы применяют преимущества математики. Разумеется, если использовать достижения осознанно, то эффективность решения юридических задач увеличится.

Привыкли полагать, что ум гуманитария насыщен образами. Лучшие адвокаты добиваются своих побед в судебных процессах, опираясь во многом на эмоциональное побуждение аудитории и суда. Кроме эмоциональности заметен холодный ум, точность, расчёт, т.е. всё то, что характеризует математическую рефлексию, иначе переосмысление. Это присущая часть юридического мышления, представленная в нём в необходимой пропорции.

Основная часть. Для многих людей математика – это непонятные формулы и труднейшие расчёты. Конечно, она представляет собой сложную науку, но недопонимание сущности математики связано с непониманием её элементарных основ. Уже с начальных классов все знают, что на ноль делить нельзя. Но не все смогут объяснить и ответить верно, а это базовая, элементарная часть математики. Обоснование простое: произвольный предмет можно теоретически или практически разделить на несколько частей. Ноль же представляет собой «пустоту». Следовательно, на ноль делить нельзя потому, что объект невозможно поделить так, чтобы от него ничего не осталось, т.е. выражаясь языком математики, поделить на ноль.

Большинство не говорят о том, что математика нужна юристу как специфическое знание, как способность к высшему точному оперированию, а говорят о развитии философско-математических алгоритмов мышления, о знакомстве с натурой математики, о принципах математического рассуждения, её умственных способах изучения закономерностей бытия [1].

Кроме того, выявлено, что юриспруденция требует различных математических знаний и умений, видов мышления, способов обработки информации. Однако большинство студентов имеют низкую мотивацию изучения математики, разный уровень математической подготовки, слабо

развитые навыки построения логических рассуждений и самостоятельной учебной работы при повышенном интересе к профессионально-значимому учебному материалу [2].

Возможно рассуждать, и не зная правил логики: однако умеют же люди высказывать свои мысли с помощью речи, не зная или не помня её грамматики. Но знание логики увеличивает культуру мышления, содействует чёткости и очерёдности рассуждений. Главное для юриста – это систематические занятия логикой, целенаправленное применение её правил и методов в повседневном общении, в учёбе, в практической деятельности.

Рассмотрим примеры, которые свидетельствуют о пользе математики для юриспруденции. Во-первых, математика помогает выделять главное, что необходимо для качественного решения задач, и в том числе юридических. Не каждый юрист понимает суть важного принципа: «важно лишь то, что можно доказать». Невозможно соответствующим образом использовать данный принцип на практике, не умея мыслить абстрактно.

Во-вторых, анализ и логика являются важнейшими инструментами юриста. Без них не обойтись при решении юридических задач от консультирования до обжалования решений судов.

В-третьих, теория вероятностей вдобавок используется юристами. Достаточным будет упоминание того факта, что перед судебным разбирательством существует лишь вероятность вынесения того или иного решения судом. Ни о какой победе в суде по любому судебному спору говорить не приходится.

В-четвёртых, юристы рассчитывают математическое ожидание исхода дела. Например, необходимо взыскать денежные средства. Тогда юрист приблизительно рассчитывает математическое ожидание вероятного исхода дела и доложит его доверителю. Данное математическое ожидание зависит от множества факторов, из которых очень приблизительны: размер госпошлины, размер вероятных судебных расходов, цена иска, вероятность удовлетворения иска и его фактического исполнения и т.п. Чем выше цена иска, вероятность удовлетворения иска и его фактического исполнения, тем разумнее обращение в суд и наоборот.

Математика становится важным атрибутом юридической науки. Это объясняется следующими причинами:

1. На современном этапе развития юридической науки увеличивается объём нормативно-правовой, криминологической, уголовно-статистической и иной информации, особую актуальность приобретает анализ математических средств и методов исследования разнообразных правовых явлений и процессов.

2. Все эти системы, явления и процессы обладают и количественной мерой.

3. В юридических действиях возникают проблемы оптимизации труда, которые могут быть решены с привлечением разнообразных математических методов.

4. В математике есть такие понятия как множество, функция, распознавание образов, операция, критерий оптимальности, модель которые используются для обработки информации [3].

Применение математических средств направленно в настоящее время на решение практических проблем и задач. Методы исследования правовых систем ограничиваются исключительно измерением однородных связей данных систем, им недоступны общие связи правовой системы общества в целом в силу их универсальности.

Заключение. В заключении необходимо сказать следующее: в настоящее время о математизации юридической науки в подлинном смысле этого слова говорят тогда, когда математические методы начинают применяться не только для обработки результатов измерений и вычислений, но и для поисков новых закономерностей, построения глубоких теорий и особенно для создания специального форматизированного языка юриспруденции [2].

Математика, оставаясь вспомогательным средством познания, не подменяет юридические науки в их детальном содержательном анализе государственно-правовых проблем, а наоборот, позволяет дополнить их для более глубокого познания юридической реальности [1].

Список литературы

1. Ильин, Игорь. Математика в жизни юриста / Игорь Ильин. – Текст: непосредственный // Молодой ученый. – 2016. – № 17.1 (121.1). – С. 89-91. [Электронный ресурс] – URL <https://moluch.ru/archive/121/33584/> (дата обращения: 19.09.2022).
2. Дмитриева М.Н. Методика обучения математике студентов гуманитарных специальностей вузов в контексте интенсификации обучения: автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Саранск, 2011. – С. 9–10.
3. Ахметгалиева В. Р. Роль математики в развитии права // Информационные технологии в современном обществе. – Москва: Учёные записки, 2021. – С. 378-382.

ОГРАНИЧЕНИЯ В МАТЕМАТИКЕ И ИХ НЕСОСТОЯТЕЛЬНОСТЬ. ДЕЛЕНИЕ НА НОЛЬ

Полякова И.С.

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»,
г. Краснодар, РФ
polinga@bk.ru

Введение. В статье исследуются ограничения в математике и их несостоятельность, если мы рассматриваем математику как структуру чисел, возможность вычисления показательных и логарифмических выражений с отрицательными основаниями, а также отрицательных подлогарифмических выражений. В статье также приведен анализ деления на ноль и отсутствия противоречия при делении.

Основная часть. Актуальность данного исследования не вызывает сомнений, так как ограничения в математике существенно сужают области определения и области значений логарифмических, показательных функций, а также функций, в которых присутствует деление [1, 2].

Основными ограничениями в математике являются деление на ноль, положительность логарифмических и показательных оснований, подлогарифмических выражений, ограниченность тангенса и котангенса тригонометрических выражений.

Ограничения в математике связаны с ограниченностью сознания, как делить на «пусто», на то, чего нет, как на «пусто» умножать, как возводить в степень «пусто». Может быть, не надо стремиться решить эти противоречия. Если мы не знаем, чему это будет равно, может быть, не надо присваивать бредовые значения, лишь бы найти ответ, в котором никто не уверен и который может быть неправильным, что чаще всего и бывает. Мы стремимся найти ответы, а, может быть, не стоит их искать. И это лучше, чем присваивать неправильные значения, в которых никто не уверен, и строить на этом математику. Мы ищем ответы, а, может, их не стоит искать?

Ограничения в математике связаны также с тем, что нам сложно работать с отрицательными числами и представить их возведение в степень, особенно в отрицательную степень. Мы привыкли работать с положительными категориями, которые легко возводить в степень, вычислять по ним логарифмы и т.д. Все непонятное проще запретить, чем принять и понять. Все стремятся работать с положительными числами, чтобы избегать неопределенности. С нулем многое непонятно. Проще думать положительными категориями, чем отрицательными и нулем.

При этом логарифмы и показательные ограничения более или менее понятны, если мы можем возводить отрицательные числа в степени, а мы

технически можем это делать, то мы можем и считать логарифмы из отрицательных выражений.

Тогда $16^{\frac{1}{2}} = 4$, $(-16)^{\frac{1}{2}} = 4i$ [3].

Мы говорили, что возможны такие выражения, как:

$3^x = 7$, тогда $x = \log_3 7$.

$(-3)^x = 7$, тогда $x = \log_{(-3)} 7$.

$3^x = -7$, $x = \log_3(-7)$;

$(-3)^x = -7$, тогда $x = \log_{(-3)}(-7)$.

Значит, мы можем возводить в степени и получать отрицательные числа. Мы привыкли думать категориями положительных чисел, тем, что можно увидеть, потрогать, посчитать. Что легко для понимания и восприятия. И те же самые вычисления сложно перенести на отрицательные числа. Но если это сложно представить, не значит, что это невозможно. Ограничения положительности существуют только в нашем понимании [4].

Если мы продолжим наши рассуждения о расширении границ математики, то $e^x=0$ и $x=\ln 0$ тоже возможны. Хотя я бы избегала каких-либо утверждений с 0 как «недочислом» «получислом», в том числе и что $a^0=1$. Лучше говорить, что $a^0 \rightarrow 1$. Ноль вообще не используется в практических расчетах, только как составная часть чисел, а в теоретической математике хотелось бы точных соответствий. $0-0=0$, где 0 – ноль низшего порядка.

Остановимся поподробнее на делении на ноль. «Если вы не делит на ноль, то вы не понимаете принципы деления». Делению на ноль просто не соответствует новое число. Потому что только кажется, что $5*0$ – пять умножить на «пусто», пять взять ноль раз, пять взять «пусто» раз – это будет «пусто» или ноль. Ошибка неочевидно. Но она становится очевидной, если рассмотреть ее с точки зрения теории чисел. Если числа с помощью математических операций изменяют другие числа и ноль при умножении изменяет другое число, и это тоже можно зашить, в результате можно и нужно «зашить» эту математическую операцию [5]. И тогда не возникает противоречия с делением на ноль. Действия с нулем сложно представить и вообще невозможно реализовать, проверить практически. Как проверить практически $2*0$. Можно легко проверить $2*3$, два взять три раза ($2+2+2$) и т.д. Умножение можно проверит сложением. А $3*2$ – это три взять два раза ($3+3$). То есть операции $2*3$ и $3*2$ при проверке тоже отличаются, просто результат у них одинаковый. Эти операции отличаются с точки зрения исходных значений.

Если делению на ноль, вычитанию, умножению с ним поставить в соответствие численно-буквенные выражения, то ноль будет таким же числом, как и все. И делить на ноль можно. И при умножении на ноль получаются новые числа, как и при вычитании и сложении. Таким образом, в математике нет противоречий. Все числа в математике равны

друг другу и законы для всех чисел одинаковые. «Круг замкнулся». «Математика – это конечное множество».

Если важен порядок математических операндов, чисел, тогда $3+0\neq 0+3$, $3\cdot 0\neq 0\cdot 3$, $3\cdot 1\neq 1\cdot 3$, $3\cdot(-1)\neq(-1)\cdot 3$, что уравнивает такие математические операции, как сложение и умножение с такими операциями, как деление и вычитанием, ведь: $3-0\neq 0-3$, $3:0\neq 0:3$. Здесь идет речь не о вычислении, а о преобразовании чисел с помощью других чисел. То есть получается, что порядок действий во всех математических операциях важен, так как $3+0=3+0$, $3\cdot 0=3\cdot 0$, $3\cdot 1=3\cdot 1$, $3\cdot(-1)=3\cdot(-1)$. От перемены мест множителей произведение не меняется. Но важен порядок множителей, если мы хотим сохранить исходные данные. Также с суммой, от перемены мест слагаемых сумма не меняется, но не меняется именно сумма, то есть конечный результат. А порядок важен для сохранения исходных данных.

Также у нас нет единого обозначения для некоторых математических операций. Например, умножения, которой можно обозначать по-разному: «*», «·», «×» или деления – «/», «:», «÷». Если мы захотим вводить новые математические операции, то как мы их будем обозначать? Мы, по-моему, перебрали все возможные комбинации из палочек и точек, поэтому можно перейти к универсальным буквенным символам. Также можно обозначать операции не одной буквой, а двумя.

Заключение. Зная законы и структуру математики, как системы чисел, структуру числовых множеств, мы не должны приходить к противоречию при делении на ноль, вычислении логарифмов и показательных выражении по отрицательным основаниям, вычислении отрицательных подлогарифмических выражений. Работа с отрицательными числами и операции с нулем сложны для восприятия и поэтому непонятны, но схему вычислений с положительными числами можно применит и к отрицательным, при этом расширив границы математики на вычисления с отрицательными числами. А то получается, что числа как будто есть, а считать мы с ними не можем.

Список литературы

1. Выгодский М. Я. Справочник по элементарной математике. – М.: АСТ, 2009. – 511 с. – ISBN: 978-5-17-053832-4.
2. Кириллов А. А. Что такое число?. – М., 1993. – 80 с. – ISBN 5-02-014942-3.
3. Глазков Ю. А., Варшавский И. К., Гаиашвили М. Я. Комплексные числа. 9–11 классы. – М.: Экзамен, 2012. – 157 с. – ISBN 978-5-377-03467-4.
4. Полякова И.С. Ограничения в математике при делении на ноль. Отрицательные основания логарифмов и показательных выражений // Тенденции развития науки и образования. – № 81. – Самара, 2021. – Ч. 2. – С. 74-79. – DOI: 10.18411/trnio-01-2022-63.
5. Полякова И.С. Теория чисел. Ноль и единица. Числа как матоператоры // Тенденции развития науки и образования. –№ 83. – Самара, 2021. – Ч. 2. – С. 91-95. – DOI: 10.18411/trnio-03-2022-69.

РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ РЕКОМЕНДАЦИЙ ПРИ ВЫБОРЕ МЕСТ ПРОВЕДЕНИЯ ДОСУГА

Сидоренко А.С., Шевцова Е.В.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
arina.sidorenko41@gmail.com; o.shevtsova@donnu.ru

Введение. Досуг – один из важнейших факторов жизни. Досуг включает в себя абсолютно разные и не похожие друг на друга виды деятельности. Это может быть как физическая активность или художественная деятельность, так и общение с людьми, поход в кинотеатр или кафе. Но очень важным фактом является правильная организация досуга. Тогда это будет не только отдых, но и возможность культурного, умственного, физического и духовного развития [1].

Основная часть. На данный момент в Донецке не так уж и мало мест для проведения досуга. И не всегда можно однозначно определиться, какое бы вы хотели посетить. Каждое из них имеет определенные свойства и критерии, которые могут быть не всегда известны посетителю. Поэтому существует необходимость создания интеллектуальной системы, которая будет способствовать выбору наилучшего из предложенных вариантов в зависимости от предпочтений клиента и свойств, которыми обладает то ли иное место. Для решения данных вопросов можно воспользоваться такими ресурсами, как TripAdvisor и LonelyPlanet. Однако, существующие программные продукты не позволяют осуществить модернизацию с тем, чтобы быть использованными в качестве искомой экспертной системы с возможностью получения рекомендаций с учетом геолокации и личных предпочтений, что вызывает необходимость в разработке собственной системы.

Экспертная система – система искусственного интеллекта, включающая знания о некоторой слабо структурированной и трудно формализуемой предметной области, способная предлагать и объяснять пользователю решения задач в ней, а также эмулировать способность человека (эксперта) рассуждать и принимать решения. Экспертные системы предназначены для решения сложных задач на основе рассуждений с использованием знаний, представленных, главным образом, в виде правил «если, то», а не с помощью обычного процедурного кода [2]. Для рекомендации места проведения досуга можно использовать механизмы экспертных систем. Рассмотрим их особенности, характерные вне зависимости от предметной области:

- Компетентность – в конкретной предметной области экспертная система должна достигать того же уровня, что и специалисты-люди; при

этом она должна пользоваться теми же эвристическими приемами, также глубоко и широко отражать предметную область;

- Символьные рассуждения – знания, на которых основана экспертная система, представляют в символьном виде понятия реального мира, рассуждения также происходят в виде преобразований символьных наборов;

- Глубина – экспертиза должна решать серьезные, нетривиальные задачи, отличающиеся сложностью знаний, которые экспертная система использует, или обилием информации; это не позволяет использовать полный перебор вариантов как метод решения задачи и заставляет прибегать к эвристическим, творческим, неформальным методам;

- Самосознание – экспертная система должна включать в себя механизм объяснения того, каким образом она приходит к решению задачи [3].

Таким образом, для повышения качества проведения досуга целесообразно использовать при выборе места отдыха экспертную систему. Важным аспектом для успешного функционирования экспертной системы является выставление оценок пользователем. Впоследствии для формирования списка рекомендаций используются оценки, выставленные пользователем, согласно которым система определяет его предпочтения. В рейтинге учитываются только проверенные оценки доверенных пользователей.

Для подсчета рейтинга достопримечательности суммируются оценки всех авторизованных пользователей и делится на количество проголосовавших пользователей. Разработанные программные продукты – сайт и мобильное приложение содержат в себе все базовые функции, которые помогут пользователю выбрать место для проведения досуга.

Функции:

- Просмотр достопримечательностей
- Визуализация поступающих данных
- Сбор и обработка информации о достопримечательностях
- Контроль рейтинга заведений
- Формирование базы достопримечательностей

Разработка кроссплатформенных приложений в настоящий момент имеет множество преимуществ. Она позволяет разрабатывать приложения для нескольких платформ одновременно. Число пользователей смартфонов растет на протяжении последних лет и в 2021 году охватило половину населения Земли – 3,8 миллиарда человек.

Где есть спрос, там всегда будет и предложение для его удовлетворения, поэтому количество мобильных приложений в последние годы стремительно растет.

Flutter – это фреймворк для приложений от Google, который предоставляет набор средств разработки пользовательского интерфейса с

открытым исходным кодом для создания приложений на различных платформах. Популярность Flutter все больше растет в последние годы и, вероятно, будет увеличиваться в ближайшие годы. Он предлагает обширный набор инструментов вместе с Flutter API, фреймворком и виджетами для создания привлекательных и быстрых приложений [4].

Заключение. Так как Flutter предоставляет возможность создавать два разных приложения для IOS и Android, используя один язык программирования, становится очевидным выбор именно его для разработки мобильного приложения. Flutter предлагает целый список преимуществ, которые выделяют его на фоне конкурентов: простота в использовании; бесплатный и с открытым исходным кодом; просмотр выходных данных в режиме реального времени. Также Flutter дает возможность редактировать код и наблюдать за происходящим в реальном времени. Кроме того, среде присуща отличная нативная поддержка.

Создав кроссплатформенное приложение, можно расширить свою целевую аудиторию и охватить около 99,4% пользователей смартфонов.

Список литературы

1. Лебеденко А.А. Методическая разработка по трудотерапии / А.А. Лебеденко. – Иркутск: 2016. – 6с.
2. Экспертная система (Expert System) [Электронный ресурс] / Loginom. – Режим доступа: <https://wiki.loginom.ru/articles/expert-system.html>.
3. Экспертные системы [Электронный ресурс] / История компьютера. – Режим доступа: <http://chernykh.net/content/view/790/870/>.
4. Flutter по сравнению с Kotlin в 2021 году: Что лучше для разработки кросс-платформенных приложений? [Электронный ресурс] / Хабр. – Режим доступа: <https://habr.com/ru/company/otus/blog/595451/>.

СОЗДАНИЕ ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ ДОКУМЕНТА С ПОМОЩЬЮ СИММЕТРИЧНЫХ И АСИММЕТРИЧНЫХ КРИПТОСИСТЕМ

Холодов Д.Ю., Шевцов Д.В., д-р техн. наук, Шевцова Е.В.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, РФ
dmitry.holod.05@gmail.com, l.rybalko@donnu.ru, d.shevtsov@donnu.ru,
o.shevtsova@donnu.ru

Введение. В современном мире невозможно обойтись без информационных технологий. Информационные технологии навсегда укрепились в жизни каждого человека. В связи с этим, общество не на шутку заинтересовалось защитой личной информации. К слову, ещё до нашей эры человечество придумывало множество вариантов и способов шифрования и передачи личных сообщений. И по мере развития человека и общества возникали всё более изощренные и замысловатые способы шифрования информации [3]. Таким образом, человечество создало новую науку – криптография.

Основная часть. Исторически криптография развивалась как практическая дисциплина, изучающая и разрабатывающая способы шифрования письменных сообщений. В средние века человечество применяло криптографию и всевозможные шифры в военном деле (шпионаж) и политических играх (дипломатия).

Колоссальное влияние на науку оказал научно-технический прогресс. С появлением электронно-вычислительной техники и Интернета, проблема личной безопасности информации переместилась с «бумажного» на «цифровое» поле.

В связи с развитием и распространением цифровых технологий многие компании и люди отказываются от привычных бумажных документов в пользу цифровых. Теперь человек нуждается в защите личных электронных документов. Если в бумажных документах в качестве верификации используют физическую подпись, то в «цифровом» пространстве используют нечто другое, а именно: для верификации электронных документов используют электронную цифровую подпись. Данная технология имеет массу достоинств и широко распространена в современном обществе, а также в различных отраслях науки и промышленности.

Цифровая подпись имеет множество вариаций. Это связано с тем, что цифровая подпись может основываться на симметричной и на асимметричной криптосистемах.

Симметричная криптосистема использует один секретный ключ для выполнения шифрования и дешифрования. В свою очередь эти самые процессы отличаются друг от друга исключительно реверсивным

порядком действий. Именно благодаря тому, что участники такого типа шифрования имеют при себе секретный ключ, они могут с лёгкостью дешифровать сообщение собеседника и зашифровать новое сообщение всё тому же собеседнику. Асимметричные криптосистемы используют алгоритмы, в которых используются два ключа шифрования: секретный и открытый. Первый ключ строго конфиденциален и известен только одному владельцу. Второй ключ находится в свободном доступе, и любой пользователь может заполучить и использовать его, а также сообщения, которые были зашифрованы этим ключом.

Так при использовании симметричных криптосистем существует алгоритм, предложенный У. Диффи и М. Хеллманом [1], при котором подписывается каждый бит документа или его хэш-значения. При этом для подписи одного блока длиной 64 бита необходимо выработать около семи килобайт информации. Поэтому симметричные криптосистемы не получили распространения для построения цифровых подписей.

Таким образом, для реализации цифровой подписи следует выбирать алгоритмы на базе асимметричных криптосистем. Среди таких алгоритмов следует выделить наиболее известные – RSA и DSA. Криптосистема RSA стала первой системой, пригодной и для шифрования, и для цифровой подписи [2]. Алгоритм DSA применяется для создания цифровой подписи, но не для шифрования.

При использовании алгоритма RSA можно не только использовать открытый ключ для шифрования, а секретный для дешифрования, но и наоборот: данные можно зашифровать с помощью секретного ключа, а открытый ключ применять при расшифровывании данных. Безопасность алгоритма основана на трудности задачи разложения на множители.

Заключение. Таким образом, технология электронной цифровой подписи на базе алгоритма RSA достаточно актуальна и применима в наши дни. По словам исследователей, после их работы в качестве надежной системы шифрования можно рассматривать только RSA-ключи длиной 1024 бита и более. С увеличением длины ключа до 2048 бит и более взломать такую систему будет затруднительно в связи с вычислительными мощностями техники.

Список литературы

1. Баричев С.Г. Основы современной криптографии. / С.Г. Баричев, В.В. Гончаров, Р.Е. Серов – М.: Горячая линия – М.: Телеком, 2001. – 120 с.
2. Бернет С. Криптография. Официальное руководство RSA Безопасности. / С. Бернет, С. Пэйн, – Пер. с англ. А. Караваев, А. Тихонов – М.: Бином-Пресс, 200. – 384 с.
3. Романец Ю.В. Защита информации в компьютерных системах и сетях / Ю.В. Романец, П.А. Тимофеев, В.Ф. Шаньгин – М.: «Радио и связь», 1999. – 190 с.

РАСЧЕТ ОБЪЕМА ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЯЧЕЙКИ В УСТАНОВКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЖИДКОФАЗНЫХ АБСОРБЕНТОВ КИСЛОРОДА

Шаповалов В.В.^{1,2}, д-р хим. наук, проф., **Шлома В.В.**¹

¹ГБУ «НИИ «РЕСПИРАТОР» МЧС ДНР», г. Донецк, ДНР, РФ

²ГОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ
ilsin1995@gmail.com

Введение. Система пожаротушения – одно из самых эффективных средств борьбы с пожарами на их начальной стадии [1]. Прямое предназначение систем пожаротушения – предотвращение, ограничение развития, тушение пожара, защита от пожара людей и материальных ценностей [2]. Система пожаротушения при фиксировании повышенных температур, задымленности обязана совершить понижение концентрации кислорода в замкнутом объеме до 14 – 15% [3].

Интерес вызывает разработка системы автоматического пожаротушения, основанной на понижении концентрации кислорода в замкнутых объемах жидкофазным абсорбентом. Выбор компонентов жидкофазных абсорбентов кислорода для систем пожаротушения описан [4].

Основная часть. Для реализации экспериментальных исследований определения емкостных и кинетических характеристик жидкофазных абсорбентов кислорода разработана лабораторная установка определения характеристик жидкофазных абсорбентов кислорода [5]. Для реализации поставленной цели определен объем измерительной герметичной системы.

Исходное уравнение состояния измерительной системы имеет вид:

$$\frac{P_0 V_0}{T}, \quad (1)$$

где P_0 – давление в системе,

V_0 – исходный объем измерительной герметичной системы;

T – температура в системе.

При увеличении объема системы путем перемещения поршня шприца, давление уменьшится до P_1 , а объем станет равным $V_0 + V_1$, где V_1 – дополнительный объем за счет перемещения поршня шприца. Так как масса газа не изменяется, то имеет место равенство:

$$\frac{P_0 V_0}{T} = \frac{(V_1 + V_0) P_1}{T}, \quad (2)$$

Так как температура постоянная, то:

$$P_0 V_0 = (V_1 + V_0) P_1, \quad (3)$$

где V_1 – изменение объема системы за счет шприца,

P_1 – новое давление в системе.

Отсюда:

$$V_0 = \frac{P_1}{P_0 - P_1} V_1 = V_1 \frac{P_1}{\Delta P}, \quad (4)$$

где ΔP – изменение давления при перемещении поршня шприца.

Из уравнения (3) следует, что

$$P_1 V_0 = P_0 V_0 - P_1 V_1, \quad (5)$$

Если проводится серия опытов при разных положениях поршня шприца и соответственно разных V_1 то:

$$P_1 = P_0 - \frac{1}{V_0} (P_1 V_1), \quad (6)$$

Полученная зависимость графически представляет собой прямую линию. Следовательно, если построить график (рис. 1) в координатах $P_1 = f(P_1 V_1)$, то тангенс угла наклона ($tg\alpha$) полученной прямой будет равен $-1/V_0$.

В таблице приведены исходные экспериментальные данные для определения объема измерительной системы.

Таблица

Пример результата определения объема измерительной системы

Изменение объема измерительной системы, V_1 , см ³	Давление в системе P_1 , гПа	$P_1 V_1$
0	1012,9	0,0
5	979,6	4898,0
10	950,30	9503,0
15	922,9	13843,5
20	896,3	17926,0

На рис. 3 представлена зависимость $P_1 = f(P_1 V_1)$ выраженная уравнением (6).

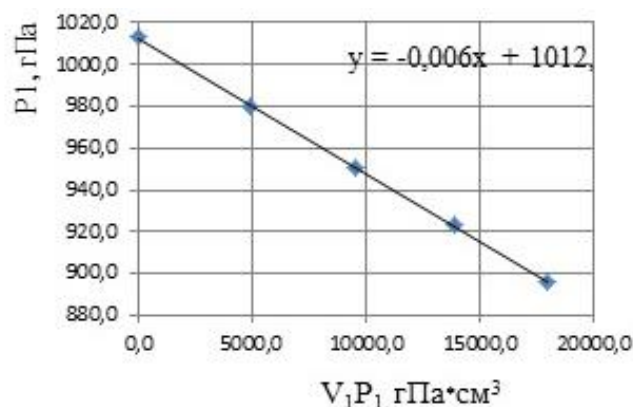


Рис. 1. График зависимости $P_1 = f(P_1 V_1)$ для измерительной системы

Как видно из приведенного на рис. 3 уравнения $tg\alpha = 0,006$. Следовательно, объем измерительной системы $V_0 = 1/0,006 = 166,7$ см³.

Исходя из объема системы, количество поглощенного или выделившегося газа V_T в измерительной системе рассчитывается по уравнению:

$$V_r = \frac{\Delta P}{P_0}(V_0 - V_{аб}), \quad (7)$$

где ΔP – изменение давления в результате поглощения или выделения газа, $V_{аб}$ – объем раствора абсорбента.

Заключение. Получены данные объёма измерительной системы в лабораторной установке определения характеристик жидкофазных абсорбентов кислорода. Представлена формула определения объема поглощенного газа жидкофазным абсорбентом.

Список литературы

1. Шлома, В. В. Жидкофазный абсорбент кислорода на основе системы Кобальт(II) – Фенантролин – Аммиак / В. В. Шлома, В. В. Шаповалов, // Молодые ученые в решении актуальных проблем безопасности: Сборник материалов XI Всероссийской научно-практической конференции "Молодые ученые в решении актуальных проблем безопасности", Железногорск, 27 мая 2022 года. – Железногорск: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Сибирская пожарно-спасательная академия" Государственной противопожарной службы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации стихийных бедствий", 2022. – С. 71-73.
2. Шлома, В. В. Жидкофазный абсорбент кислорода на основе системы кобальт(II) - гистидин - гидроксид натрия / В. В. Шлома // Актуальные проблемы обеспечения пожарной безопасности и защиты от чрезвычайных ситуаций : Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции, Железногорск, 22 апреля 2022 года. – Железногорск: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Сибирская пожарно-спасательная академия" Государственной противопожарной службы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации стихийных бедствий", 2022. – С. 122-124.
3. Шаповалов, В. В. Жидкофазный абсорбент кислорода на основе системы кобальт(II) - гистидин - аммиак / В. В. Шаповалов, В. В. Шлома // Научный вестник НИИГД Респиратор. – 2022. – № 1(59). – С. 26-33.
4. Шлома, В. В. Выбор компонентов жидкофазных абсорбентов кислорода для систем пожаротушения / В. В. Шлома // Актуальные вопросы совершенствования инженерных систем обеспечения пожарной безопасности объектов : Сборник материалов IX Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 90-летию образования гражданской обороны, Иваново, 19 апреля 2022 года. – Иваново: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ивановская пожарно-спасательная академия Государственной противопожарной службы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий», 2022. – С. 490-493.
5. Шлома, В. В. Установка для определения характеристик жидкофазных абсорбентов кислорода / В. В. Шлома // Пожарная и техносферная безопасность: проблемы и пути совершенствования. – 2022. – № 1(11). – С. 348-351.

СОДЕРЖАНИЕ

Механика твердого тела

<i>Горр Г.В.</i> Один класс резонансных прецессионных движений твердого тела под действием трех однородных силовых полей	5
<i>Данилюк Д.А., Ткаченко Д.Н.</i> Новое решение уравнений движения гиростата с переменным гиростатическим моментом под действием потенциальных и гироскопических сил.....	8
<i>Зыза А.В.</i> Новые случаи интегрирования уравнений Кирхгофа–Пуассона на алгебраических инвариантных соотношениях	11
<i>Исмагилов Р.Г., Левин К.Л., Жуков В.А., Рябоконт Д.В.</i> Применение теории возмущений при расчете движения орбитального аппарата под действием радиальной силы.....	14
<i>Коносевич Б.И., Коносевич Ю.Б., Мозалевская Г.В.</i> Математическая модель и стационарные движения гиростата с электромотором.....	16
<i>Мазнев А.В., Белоконт Т.В.</i> Полурегулярные прецессии в задаче о движении гиростата с переменным гиростатическим моментом.....	19
<i>Мазнев А.В., Горбунова Ю.С.</i> О прецессионных движениях динамически симметричного гиростата с переменным гиростатическим моментом.....	22
<i>Пилтани Ю.Ю., Балаклицкая Т.В.</i> Об асимптотически-равномерных движениях гиростата относительно наклонной оси	25
<i>Платонова Е.С.</i> Исследование условий существования специального класса полиномиальных решений в одной задаче о движении гиростата.....	28
<i>Покорная И.Ю., Аверьянова И.Г., Лосева А.В.</i> Центр масс каркаса фигуры в трехмерном пространстве	30
<i>Щепин Н.Н.</i> Исследование положения равновесия системы твердых тел с двумя самопересечениями с учетом растяжения.....	33

Механика деформируемого твердого тела

<i>Богачев И.В.</i> Выбор оптимального режима зондирования при решении обратных задач идентификации предварительных напряжений в сплошных и перфорированных пластинах	36
<i>Болнокин В.Е., Глухов А.А., Сторожев В.И.</i> Интегрирование уравнения распространения волн сдвига в функционально градиентном полупространстве с приграничной локализацией зоны неоднородности физико-механических свойств	38
<i>Болнокин В.Е., Номбре С.Б., Сторожев С.В.</i> Исследование неконтрастности критических частот нормальных волн в призматических ортотропных волноводах треугольного сечения с разбросами значений физико-механических параметров.....	41
<i>Бондаренко Н.С.</i> Определение обобщённых усилий в ортотропной пластине в рамках $\{m,n\}$ -аппроксимации при действии сосредоточенной силы, вызывающей безмоментное напряжённое состояние.....	44

<i>Бондаренко Н.С.</i> Фундаментальное решение задачи изгиба ортотропной пластины при наличии «гипотетического» модуля сдвига на базе обобщённой теории	47
<i>Гольцев А.С.</i> Компьютерная модель температурного поля в изотропной пластине с теплоизолированным разрезом	50
<i>Калоеров С.А., Мироненко А.Б., Глушанков Е.С.</i> Определение напряженного состояния конечной пластинки с отверстиями и трещинами.....	53
<i>Калоеров С.А., Сероштанов А.В.</i> Решение задачи изгиба конечной многосвязной тонкой пьезоплиты с отверстиями и трещинами	56
<i>Мирончук А.И.</i> Задача линейной вязкоупругости для тонкой плиты с треугольным отверстием	59
<i>Моисеенко И.А., Моисеенко В.А., Мельничук Н.Ю.</i> Осесимметричные упругие продольно-сдвиговые волны в протяженных цилиндрах с учетом многофакторного функционального закона радиальной неоднородности трансверсально изотропного материала	62
<i>Павлыш В.Н., Номбре С.Б., Сторожев С.В.</i> Применение аппарата идемпотентной арифметики треугольных нечетких чисел при анализе модели устойчивости прямых стержней с неконтрастными параметрами.....	65
<i>Павлыш В.Н., Полянский Д.Д., Сторожев С.В.</i> Учет неконтрастности параметров в модели неразрушающих режимов лазерного отжига диэлектрических и полупроводниковых пластин	68
<i>Пачева М.Н., Дубяго Л.В., Сторожев В.И.</i> Изгибные волны в волноводе из состыкованных под углом шарнирно опертых полуполос	71
<i>Судаков С.Н.</i> Задача о движении упругого эллипсоида.....	74

Информационно-документационное обеспечение управления

<i>Балдынюк А.И.</i> Электронный документооборот как способ оптимизации бизнес-процессов инновационно-активного предприятия	77
<i>Гайдарь Е.В.</i> Цифровые инструменты для повышения операционной эффективности предприятий	79
<i>Коробейникова К.В.</i> К проблеме использования цифровых платформ для краудфандинга в сети интернет	82
<i>Курдюмова И.А.</i> Системы электронного документооборота для управления неструктурированными данными.....	85
<i>Мащенко Н.Е.</i> Комплектование государственных архивов документами органов государственной власти	89
<i>Митрохина Е.А.</i> Проблемы оценки эффективности информационных систем и технологий в организации.....	92
<i>Пономаренко Н.Ш.</i> Цифровые маркетинговые компетенции как ключевые детерминанты	95
<i>Филатова Я.В., Харакиоз А.В.</i> Организация эффективной системы контроля исполнения документов и поручений руководителей.....	98

Математический анализ и дифференциальные уравнения

<i>Агибалова А.В.</i> Об аккретивности оператора шрёдингера с сингулярным потенциалом	101
<i>Афанасьев В.В., Соловьева А.А.</i> Вероятностный подход к продолжению базельской задачи	103
<i>Волчков В. В., Волчков Вит. В.</i> Новые свойства функций класса $V_r(\mathbb{R}^n)$	106
<i>Волčkова Н.П., Волчков Вит.В.</i> Обратные задачи, связанные с теоремами о среднем в теории гармонических функций	107
<i>Заставный В.П.</i> Неравенства для положительно определённых операторно-значных ядер	108
<i>Иванов А.Ю., Мельник А.-В.В.</i> Новый метод построения магических квадратов	111
<i>Лиманский Д.В.</i> Об априорных оценках для тензорного произведения двух обыкновенных дифференциальных полиномов с кратным вещественным нулем	112
<i>Манов А.Д.</i> Об одной задаче для положительно определённых функций с компактным носителем	113
<i>Машаров П.А.</i> Радиус помпейю для семейства из сектора и полукруга	115
<i>Мнухин В.Б.</i> Преобразование мёбиуса на комплексных дискретных торах	117
<i>Обуховский В.В., Петросян Г.Г., Сорока М.С.</i> О Начально-краевой задаче для дифференциального включения дробного порядка в банаховом пространстве о делении обобщенной функции на многочлен	121
<i>Оридорога Л.Л.</i> О полноте систем собственных и присоединённых функций некоторых дифференциальных операторов и их сопряжённых	123
<i>Павлов А.Л.</i> О делении обобщенной функции на многочлен	125

Прикладная математика, прикладная информатика и теория систем управления

<i>Бельков Д.В., Гринев Д.А.</i> Задачи размещения файлов в памяти компьютера	129
<i>Бельков Д.В., Гринев Д.А.</i> Умножение и деление на основе итеративных сетей ...	132
<i>Бельков Д.В., Едемская Е.Н., Лавренюк В.Н.</i> Моделирование движения автомобилей в заторе	135
<i>Ганцневский А.В., Погорелов А.А.</i> Сепарация мусора с применением ИНС	138
<i>Горбачева О.И., Григорьев С.В.</i> Использование информационных и коммуникационных технологий в спортивно-педагогической деятельности.....	140
<i>Гришко Н.В.</i> Спектральная теория конечных регулярных графов как средство моделирования процессов передачи данных в компьютерных сетях	143
<i>Дзисяк В.В., Шевцов Д.В.</i> Разработка модуля автоматизированной системы оценивания «конкурс» арм секретаря правления тс «союз писателей днр» ..	146
<i>Дивин Е.Н.</i> Анализ состояния объектов управления с использованием информационных технологий	148

<i>Егоров Д.Е., Рыбалко Л.А.</i> Разработка обучающе-контролирующих систем по методам оптимизации нелинейных задач.....	151
<i>Жмыхова Т.В., Шницар И.Н.</i> О применении кластерного анализа для оценки характеристик индивидуальных рисков добровольного медицинского страхования.....	154
<i>Заргарян Е.В., Белоусова В.С.</i> Анализ видов складских роботов.....	157
<i>Заргарян Е.В., Ганцевский А.В.</i> Анализ существующих нейронных сетей и их применение в настоящее время	159
<i>Иванченко А.Ю., Рыбалко Л.А.</i> Реализация криптосистем на основе российских стандартов шифрования данных и шифров сложных замен	161
<i>Кислинский Е.К., Рыбалко Л.А.</i> Разработка и реализация криптосистемы на основе американского стандарта шифрования аес и биграммных шифров замен.....	164
<i>Кожухов И.Б., Колесникова К.А.</i> Копроизведение хопфовых и кохопфовых полигонов.....	166
<i>Кожухов И.Б., Сотов А.С.</i> Канторовость унитарных полигонов над вполне (0-) простыми полугруппами	168
<i>Кулеш Я.С., Шевцов Д.В.</i> Система управления электронной очередью миграционной службы.....	170
<i>Никифорова В.В., Рябченко А.А.</i> Роль математики в профессиональной деятельности юриста	172
<i>Полякова И.С.</i> Ограничения в математике и их несостоятельность. деление на ноль.....	175
<i>Сидоренко А.С., Шевцова Е.В.</i> Разработка и реализация экспертной системы для формирования рекомендаций при выборе мест проведения досуга.....	178
<i>Холодов Д.Ю., Шевцов Д.В., Шевцова Е.В.</i> Создание цифровой подписи документа с помощью симметричных и асимметричных криптосистем.....	181
<i>Шаповалов В.В., Шлома В.В.</i> Расчет объема измерительной ячейки в установке определения характеристик жидкофазных абсорбентов кислорода.....	183

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

**ДОНЕЦКИЕ ЧТЕНИЯ 2022:
ОБРАЗОВАНИЕ, НАУКА, ИННОВАЦИИ,
КУЛЬТУРА И ВЫЗОВЫ СОВРЕМЕННОСТИ**

Материалы
VII Международной научной конференции,
посвящённой 85-летию
Донецкого национального университета
27–28 октября 2022 г.,
г. Донецк

**ТОМ 1
Механико-математические,
компьютерные науки, управление**

под общей редакцией проф. *С.В. Беспаловой*

Дизайн обложки	<i>А.Ю. Гурина</i>
Технический редактор	<i>М.В. Фоменко</i>
Компьютерная верстка	<i>М.В. Фоменко, И.Н. Шнищар</i>

Адрес оргкомитета:

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
ул. Университетская, 24, г. Донецк, 83001, ДНР, РФ.
E-mail: *science.prorector@donnu.ru*

Подписано в печать 14.10.2022 г.
Формат 60×84/16. Бумага офисная.
Печать – цифровая. Усл.-печ. л. 11,08.
Тираж 100 экз. Заказ № 22окт17/1.
Донецкий национальный университет
83001, г. Донецк, ул. Университетская, 24.
Свидетельство о внесении субъекта
издательской деятельности в Государственный реестр
серия ДК № 1854 от 24.06.2004 г.